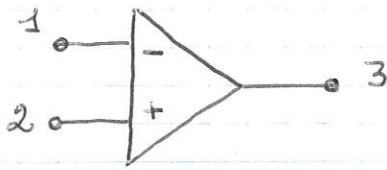


# AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

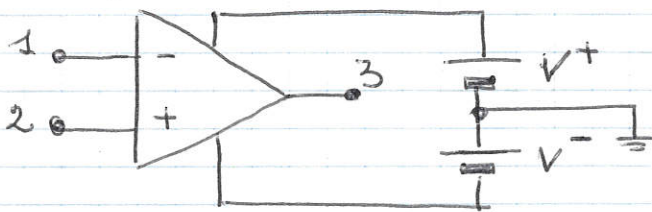
## \* GENERALITÀ SULL'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE



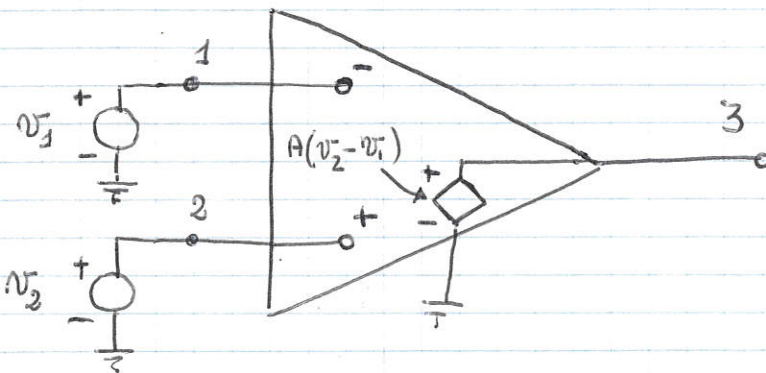
l'op amp ha tre terminali, dal punto di vista del segnale:

- \* due terminali di ingresso
- \* un terminale di uscita

Sono, inoltre, necessarie per il suo funzionamento una o due tensioni di alimentazione:



Il circuito "equivalente" di un op amp è il seguente:



l'op amp è sensibile alla differenza tra i segnali di tensione applicati ai terminali di ingresso ( $v_2 - v_1$ ) e fornisce un segnale di uscita amplificato di un fattore  $A$ .

l'op amp ideale presenta alcune caratteristiche fondamentali:

- non assorbe o fornisce corrente dagli ingressi

↳ l'impedenza di ingresso di un op amp ideale è infinita.



- L'uscita è un generatore di tensione ideale, cioè la tensione al terminale di uscita è sempre  $A(v_2 - v_1)$  indipendentemente dalla resistenza di carico connessa al morsetto di uscita.

↳ Impedenza di uscita di un op amp ideale è zero.

• L'op amp ideale presenta anche altre caratteristiche, che non si riscontrano mai in un op amp reale e che vedremo nel seguito.

L'uscita risulta in fase con l'ingresso  $v_2$  e sfasato di  $180^\circ$  rispetto all'ingresso  $v_1$  → l'ingresso 1 è chiamato INGRESSO INVERTENTE ed è indicato con un segno -, l'ingresso 2 è chiamato INGRESSO NON INVERTENTE ed è indicato da un segno +.



L'op amp risponde solo alla differenza tra le tensioni ai due ingressi ⇒ non è sensibile ad ogni segnale presente su entrambi gli ingressi (SEGNALE DI MODO COMUNE)

$$v_1 = v_2 = 2V \Rightarrow V_{out}|_{ideale} = 0 \quad V_{out} = A_d \frac{(v_2 - v_1)}{2} + A_{cm} \frac{(v_1 + v_2)}{2}$$

- reiezione di modo comune infinita (coperta di rigettore tensioni di ingresso che si presentano uguali ai due morsetti rispetto a massa)

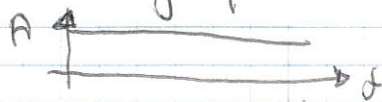
↳ L'op amp ideale semplifica esclusivamente la differenza tra i segnali applicati ai due terminali di ingresso ⇒ GUADAGNO DI MODO COMUNE NULLO.

⇒ L'op-amp è un circuito caratterizzato da un INGRESSO DIFFERENZIALE (2 terminali) ed una singola uscita (SINGLE ENDED)



Il guadagno  $A$  è detto GUADAGNO DIFFERENZIALE o anche GUADAGNO AD ANELLO-APERTO (vedremo tra poco il perché di questo nome).

- Il guadagno  $A$  di un op amp ideale rimane costante da frequenza zero (cioè della continua) fino a frequenza infinito  $\Rightarrow$  un op amp ideale amplifica segnali di qualsiasi frequenza con il medesimo guadagno



$\hookrightarrow$  la larghezza di banda (BAND WIDTH) di un op amp ideale è infinito -

- Il guadagno differenziale  $A$  di un op amp ideale è molto grande, idealmente infinito ( $\approx 10^5$ ), ma anche  $\hookrightarrow$  un op amp non si utilizza come amplificatore "da solo", ma sempre in una configurazione "ad anello chiuso" applicando un percorso che retroagiona l'uscita verso l'ingresso.

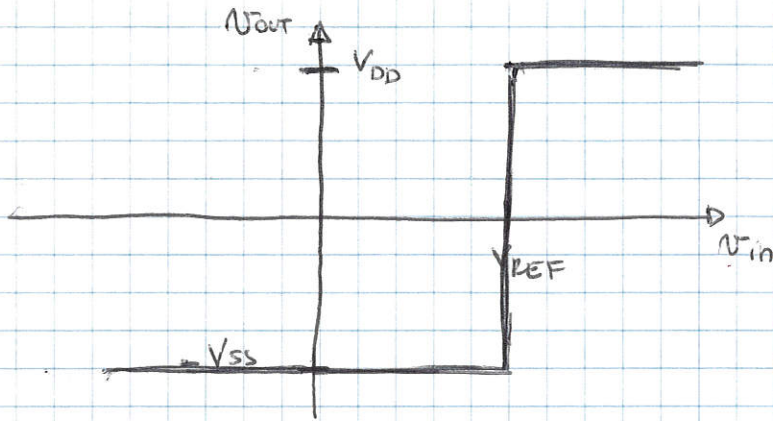
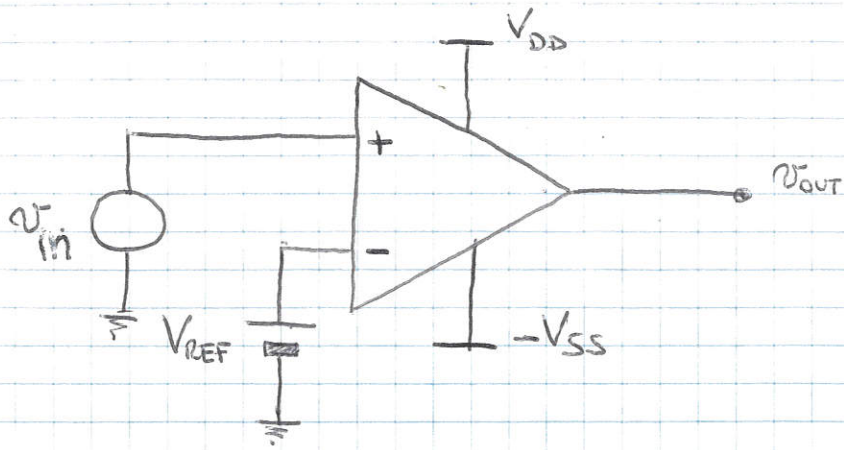
### \* L'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE COME COMPARATORE.

Un comparatore ~~è un~~ è un circuito in grado di confrontare (comparare) una tensione in ingresso con un valore di riferimento assegnato ed è utilizzato tutte le volte in cui occorre sapere se un certo segnale supera una soglia. Il segnale in uscita si deve fornire un livello logico '1' quando la tensione di ingresso supera la tensione di riferimento ed un livello logico '0' per valori inferiori.

Lo schema più semplice di un comparatore comprende un amplificatore con guadagno molto elevato ( $\rightarrow$  un amplificatore



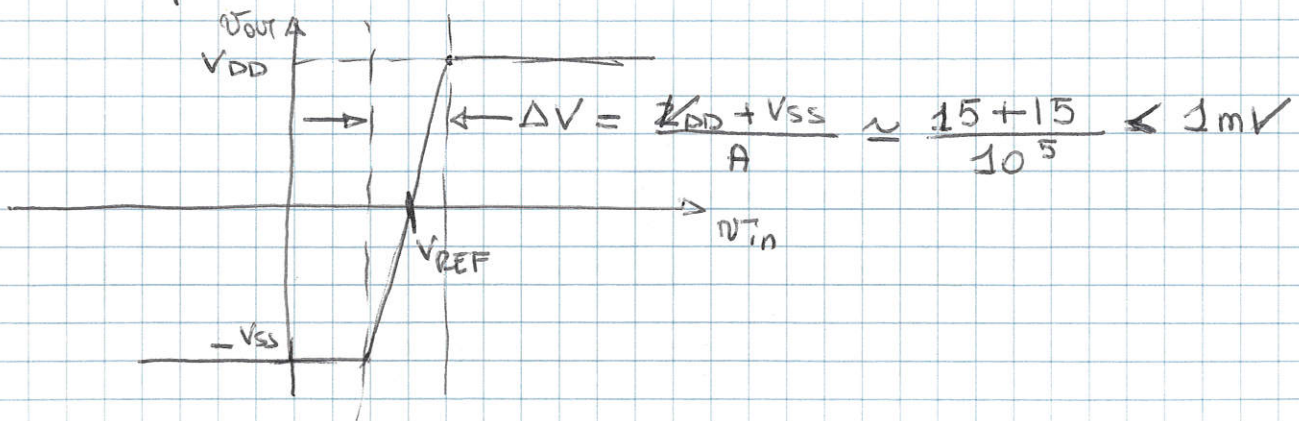
re operazionale)



Per tensioni di ingresso maggiori della tensione di riferimento  $V_{REF}$ , la tensione di uscita saturo al valore  $V_{DD}$ , mentre per valori minori di  $V_{REF}$  la tensione di uscita saturo al valore  $-V_{SS}$ .

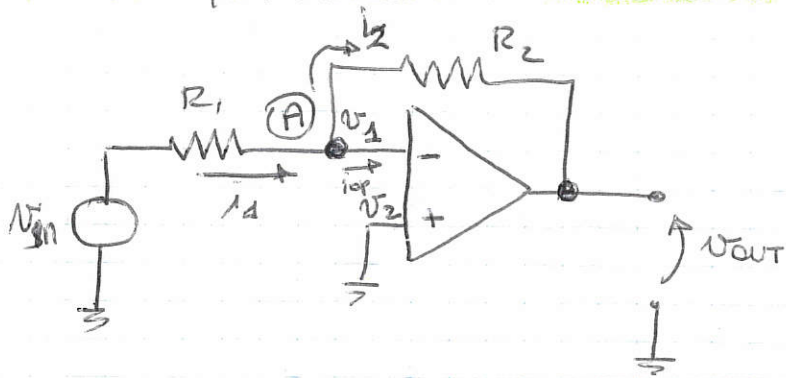
↓  
 l'opamp lavora fuori della zona lineare e la risposta alle tensioni in ingresso assume solo due valori  $V_{DD}$  o  $-V_{SS}$ .

Nella realtà la caratteristica non è così verticale ma ha una debole pendenza





## \* CONFIGURAZIONE "INVERTENTE"



da resistenza  $R_2$  connessa tra l'uscita e l'ingresso invertente "chiude l'anello" attorno all'op amp.

ci proponiamo di calcolare tale guadagno ed "anello chiuso"

$$G = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

↓

$$V_{OUT} = (V_2 - V_1) A \stackrel{V_2=0}{=} -A V_1 \Rightarrow V_1 = -\frac{V_{OUT}}{A}$$

$$i_1 = \frac{V_{IN} - V_1}{R_1} \quad (\text{LEGGE DI OHM PER } R_1)$$

Bilancio di corrente al nodo A, visto che  $i_{op} = 0$

$$\hookrightarrow i_1 = i_2$$

$$V_1 - V_{OUT} = i_1 R_2 \quad (\text{LEGGE DI OHM PER } R_2)$$

$$\hookrightarrow V_{OUT} = V_1 - i_1 R_2 = V_1 - \left( \frac{V_{IN} - V_1}{R_1} \right) R_2 =$$

$$= V_1 - V_{IN} \frac{R_2}{R_1} + V_1 \frac{R_2}{R_1} = \underbrace{V_1}_{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)} - V_{IN} \frac{R_2}{R_1} =$$

$$= -\frac{V_{OUT}}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) - V_{IN} \frac{R_2}{R_1}$$

$$G = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)}$$

MA nel caso di op amp, ideale  $A \rightarrow \infty$  - Quali le conseguenze del guadagno infinito dell'op amp?



$$V_2 - V_1 = \frac{V_{OUT}}{A} \rightarrow 0$$

$\Downarrow$   $V_2 \approx V_1 \Rightarrow$  i due morsetti si seguono intensione

$\hookrightarrow$  CORTO CIRCUITO VIRTUALE tra i due morsetti

VIRTUALE: non sono realmente cortocircuitati, ma qualsiasi tensione sia applicata al morsetto non invertente, questa si presenta uguale al morsetto invertente, a causa del guadagno infinito dell'opamp.

In questo caso il morsetto non invertente è connesso a massa, cioè  $V_2 = 0 \Rightarrow V_1 \approx 0 \Rightarrow$  TERRA VIRTUALE nel senso che il morsetto non invertente ha tensione nulla ma non è fisicamente connesso a terra.



$i_1 = \frac{V_{in}}{R_1}$  e tutta questa corrente fluisce attraverso  $R_2$

$\hookrightarrow V_{OUT} - V_1 = -i_1 R_2 = -V_{in} \frac{R_2}{R_1}$



$G = -\frac{R_2}{R_1}$

$A \rightarrow \infty$

guadagno dato dal rapporto di resistenze  
 segno 'meno'  $\Rightarrow$  l'uscita è sfasata di  $180^\circ$  rispetto all'ingresso  $\Rightarrow$  CONFIGURAZIONE INVERTENTE

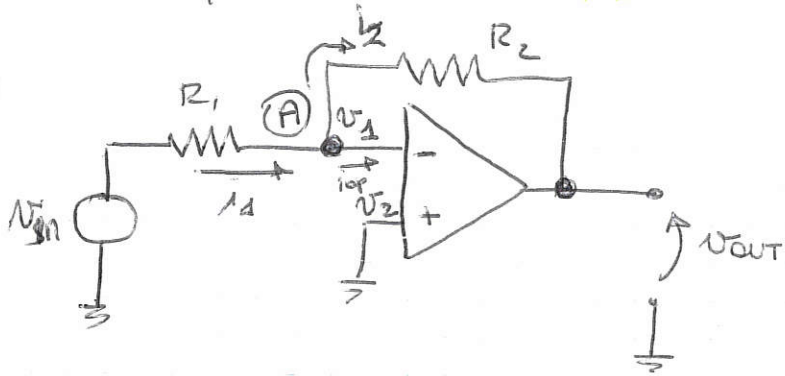
Oss: - guadagno ideale dipende esclusivamente da componenti passivi  $\Rightarrow$  possiamo rendere il guadagno "ad anello chiuso" con il grado di accuratezza desiderato scegliendo le resistenze con il grado di precisione necessario.

$\hookrightarrow$  è indipendente dal guadagno dell'operazionale, se è molto elevato

$\hookrightarrow$  accuratezza e stabilità nel prezzo del guadagno.



\* CONFIGURAZIONE "INVERTENTE"



da resistenza  $R_2$  connessa tra l'uscita e l'ingresso invertente "chiude l'anello" attorno all'op amp.

Ci proponiamo di calcolare tale guadagno ed "anello chiuso"

$$G = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}}$$

⇓

$V_2 = 0$

$$V_{OUT} = (V_2 - V_1) A = -A V_1 \Rightarrow V_1 = -\frac{V_{OUT}}{A}$$

$$i_1 = \frac{V_{IN} - V_1}{R_1} \quad (\text{LEGGE DI OHM PER } R_1)$$

• Bilancio di corrente al nodo (A), visto che  $i_{op} = 0$

$$\hookrightarrow i_1 = i_2$$

$$V_1 - V_{OUT} = i_1 R_2 \quad (\text{LEGGE DI OHM PER } R_2)$$

$$\hookrightarrow V_{OUT} = V_1 - i_1 R_2 = V_1 - \left( \frac{V_{IN} - V_1}{R_1} \right) R_2 =$$

$$= V_1 - V_{IN} \frac{R_2}{R_1} + V_1 \frac{R_2}{R_1} = V_1 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - V_{IN} \frac{R_2}{R_1} =$$

$$= -\frac{V_{OUT}}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - V_{IN} \frac{R_2}{R_1}$$

$$G = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)}$$

MA nel caso di op amp, dove  $A \rightarrow \infty$  - quali le conseguenze del guadagno infinito dell'op amp?



$$V_2 - V_1 = \frac{V_{OUT}}{A} \rightarrow 0$$

$\Downarrow$   $V_2 \approx V_1 \Rightarrow$  i due morsetti si seguono intensione

$\hookrightarrow$  CIRCUITO VIRTUALE tra i due morsetti  
VIRTUALE: non sono realmente cortocircuitati, ma qualsiasi tensione sia applicata al morsetto non invertente, questa si presenta uguale al morsetto invertente, a causa del guadagno infinito dell'opamp.

In questo caso il morsetto non invertente è connesso a massa, cioè  $V_2 = 0 \Rightarrow V_1 \approx 0 \Rightarrow$  TERRA VIRTUALE  
nel senso che il morsetto non invertente ha tensione nulla ma non è fisicamente connesso a terra.

$\Downarrow$

$i_1 = \frac{V_{in}}{R_1}$  e tutta questa corrente fluisce attraverso  $R_2$

$$\hookrightarrow V_{OUT} - \underbrace{V_1}_0 = -i_1 R_2 = -V_{in} \frac{R_2}{R_1}$$

$\Downarrow$

$G = -\frac{R_2}{R_1}$   
A  $\rightarrow \infty$

guadagno dato dal rapporto di resistenze  
segno 'meno'  $\Rightarrow$  l'uscita è spostata di  $180^\circ$  rispetto all'ingresso  $\Rightarrow$  CONFIGURAZIONE INVERTENTE

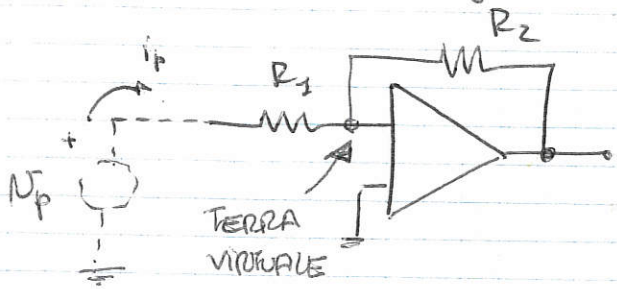
Oss: - guadagno ideale dipende esclusivamente da componenti passivi  $\Rightarrow$  possiamo rendere il guadagno "ad anello chiuso" con il grado di accuratezza desiderato scegliendo le resistenze con il grado di precisione necessario.

$\hookrightarrow$  è indipendente dal guadagno dell'operazionale, a patto che il guadagno dell'operazionale sia molto elevato  
 $\hookrightarrow$  accuratezza e stabilità al prezzo del guadagno.



Nel caso sempre di op amp, ideale ( $A \rightarrow \infty$ ) calcoleremo, valori della resistenza di ingresso e di uscita:

• resistenza di ingresso :



$$R_{IN} = \frac{V_p}{i_p} = R_1$$

↳ per avere alta resistenza di ingresso (buon lettore di tensione)  $\Rightarrow R_1$  alta, MA compromesso con il guadagno che si desidera ottenere

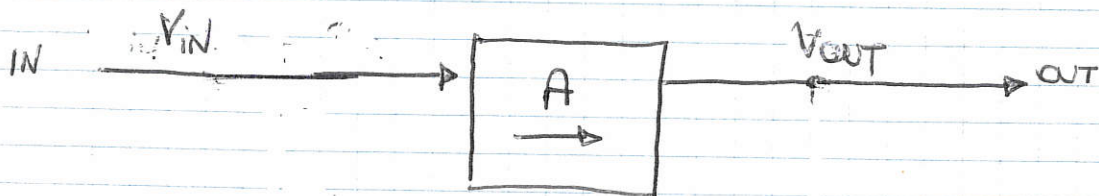
• resistenza di uscita : idealmente nulla poiché l'uscita è presa al terminale di uscita dell'op amp, ideale che è l'uscita di un generatore di tensione ideale.

### \* RETROAZIONE NEGATIVA

Black, August 2<sup>nd</sup> 1977

Hoboken Terminal  $\Rightarrow$  Bell Labs (NY Times)

Consideriamo lo schema generale di un amplificatore,

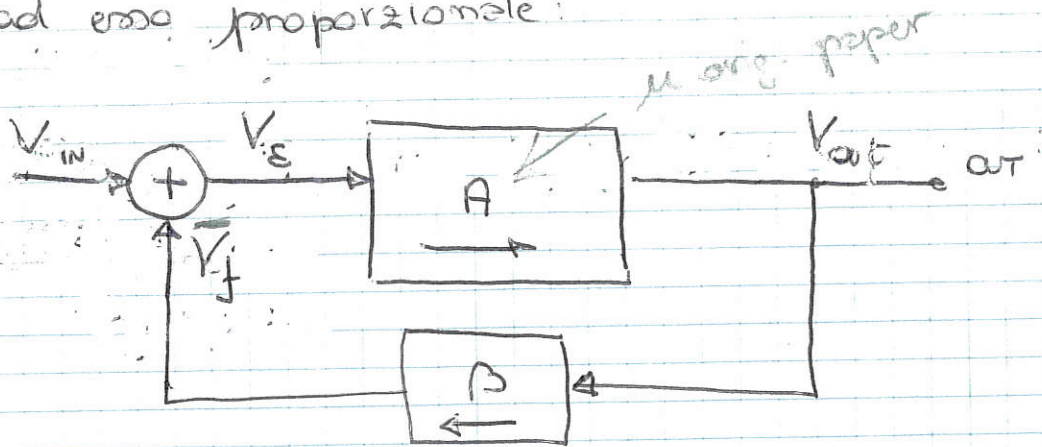


descritto in termini della sua funzione di trasferimento. In un circuito di questo tipo le variazioni dei parametri dei componenti costituenti l'amplificatore si riflettono in variazioni delle prestazioni dell'amplificatore (punto di polarizzazione, guadagno, comportamento in frequenza...)

Per ovviare a questi sventaggi possiamo modificare la struttura dell'amplificatore aggiungendo uno stadio, caratterizzato da una funzione di trasferimento  $\beta$  che riduce il valore della grandezza di uscita  $V_o$  e genera un segnale  $V_f$



ad esso proporzionale:



2) due blocchi A e  $\beta$  prendono il nome di blocco di andata e blocco di retroazione e sono blocchi unidirezionali, cioè trasmettono il segnale solo nella direzione indicata dalla freccia.

1. Blocco di andata:  $V_{out} = A V_E$

2. Blocco di retroazione:  $V_f = \beta V_{out}$

3. Confronto al modo sommatore: il segnale di retroazione  $V_f$  è **sottratto** alle grandezze in ingresso e si genera il segnale  $V_E$ , detto **SEGNALE ERRORE**



SISTEMA RETROAZIONATO

$$V_E = V_{IN} - \beta V_{OUT}$$

$$V_{OUT} = A \cdot V_E = A (V_{IN} - \beta V_{OUT})$$



$$G = \frac{V_{OUT}}{V_{IN}} = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{A}{1 - G_{loop}}$$

•  $G_{loop} = -A\beta$  è una quantità adimensionale che prende il nome di GUADAGNO D'ANELLO ed è il guadagno che un segnale che percorre l'intero anello di retroazione.

• SEGNALE ERRORE  $\bar{e}$  il segnale che comanda l'amplificatore del blocco di andata:

$$V_E = V_{in} - V_{out} \beta = V_{in} - V_E A \cdot \beta$$

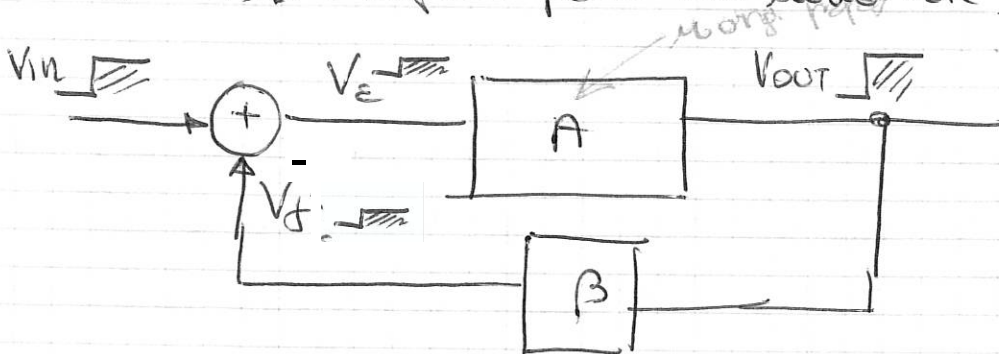
$$\Downarrow V_E = \frac{V_{in}}{1 + A\beta} = \frac{V_{in}}{1 - G_{loop}} \xrightarrow{G_{loop} \rightarrow \infty} 0$$

• SEGNALE DI RETROAZIONE

$$V_f = \frac{V_E A \beta}{V_{out}} = \frac{V_{in} - G_{loop}}{1 - G_{loop}} \xrightarrow{G_{loop} \rightarrow \infty} V_{in}$$

Se  $|G_{loop}| \gg 1 \Rightarrow G = \frac{V_{out}}{V_{in}} \approx \frac{1}{\beta}$

↳ al limite quando il guadagno di anello ha valore sufficientemente elevato, il trasferimento uscita ingresso non dipende più dalle caratteristiche del blocco di andata ma solo dalle caratteristiche del blocco di retroazione  $\Rightarrow$  il segnale passa solo dalla rete di retroazione



Supponiamo che A e  $\beta$  siano di segno concorde ad esempio  $A > 0, \beta > 0 \Rightarrow G_{loop} < 0$

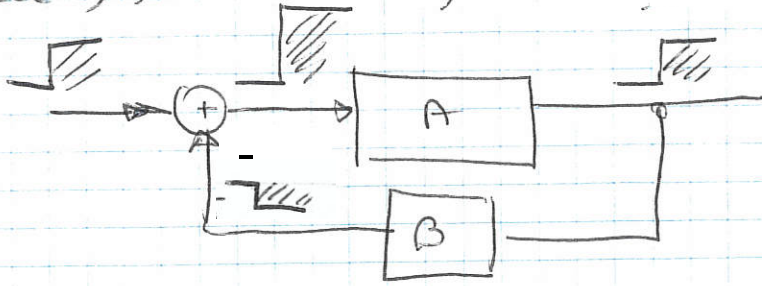
$V_{in}$  sia un gradino positivo  $\Rightarrow$  la variazione positiva dell'uscita genera un segnale di retroazione che giunge al nodo di confronto con segno uguale al segnale fonte e cui va sottrarsi  $\Rightarrow V_E < V_{in}$

↳ RETROAZIONE NEGATIVA: il segnale di retroazione tende a ridurre



La proiezione di segnale di ingresso effettivamente applicata allo stadio amplificante -

Se invece, due blocchi presentano **segno opposto** ( $A < 0, B > 0$ )



↳ RETROAZIONE POSITIVA: il segnale si ricade al nodo di ingresso ha **segno opposto** del segnale forzante e va a sommarsi ad esso -

Per ora ci occupiamo solo di circuiti retroazionati negativamente - Vediamo quali sono i vantaggi che accompagnano un circuito retroazionato negativamente:

• sensibilità del guadagno al guadagno del blocco di progetto: differenziamo la relazione  $G = \frac{A}{1 - G_{loop}}$

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - G_{loop}}$$

↓  
si ottiene una desensibilizzazione del guadagno ed quello chiuso del guadagno del blocco di progetto di un fattore pari a  $(1 - G_{loop})$  al prezzo della riduzione del guadagno del medesimo fattore

Ad esempio, se vogliamo realizzare un amplificatore elettronico con una stabilità di guadagno migliore di  $\pm 0,1\%$  ed quello aperto sarebbe quasi impossibile e dovremmo scegliere e selezionare ad uno ad uno i componenti -  
l'alternativa è data da un circuito retroazionato negativamente: ad esempio, per realizzare un amplificatore di tensione



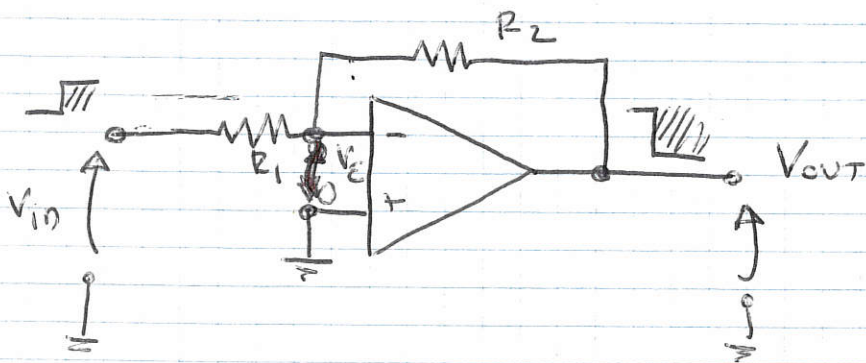
con amplificazione  $100 \pm 0.1\%$  è più facile ed economico realizzare un amplificatore con amplificazione  $5 \cdot 10^4 \pm 50\%$  e retroazionarlo con un guadagno di anello di  $-500$

$$\hookrightarrow G = \frac{A}{1 - G_{loop}} = \frac{5 \cdot 10^4}{1 + 500} \approx 100$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - G_{loop}} = 0.5 \frac{1}{500 + 1} = 1\%$$

La retroazione negativa rende il trasferimento meno sensibile alle variazioni dei parametri del blocco di andata, ma non vi è nessun effetto benefico rispetto alle variazioni della funzione di trasferimento  $\beta$  del blocco di retroazione che determina nel caso ideale la funzione di trasferimento del sistema.  $\hookrightarrow$  affinché il trasferimento di un amplificatore reazionato sia stabile e riproducibile  $\Rightarrow$  stabile e riproducibile la rete di retroazione, tipicamente realizzata con componenti passivi. - Il compito della rete di andata è esclusivamente quello di fornire un guadagno il più elevato possibile.

### \* CONFIGURAZIONE INVERTENTE ALLA LUCE DELLA TEORIA DELLA RETROAZIONE



Applichiamo un segnale positivo  $V_{in}$  in ingresso al circuito, una sua frazione si presenta all'ingresso invertente dell'operazione. Poiché il morsetto non invertente è fissato a massa  $\Rightarrow$  la frazione di segnale che compare al morsetto



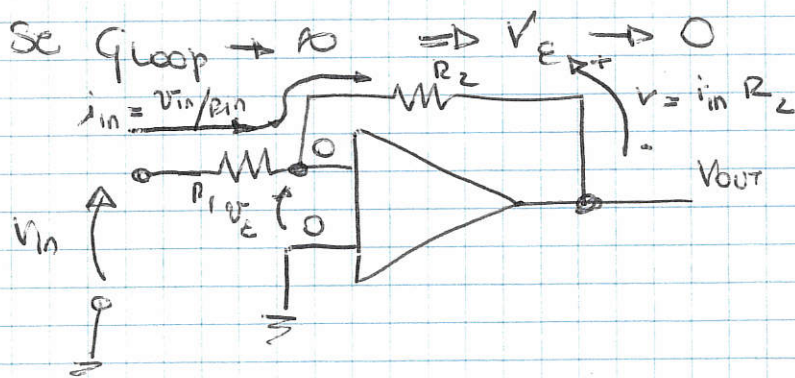
non invertente e per il segnale  $V_E$  applicato  $J_{in}$ , due ingressi dell'operazionale.

Tale segnale provoca una diminuzione del potenziale del nodo di uscita.

Questa variazione del potenziale di uscita è riportata in ingresso attraverso le resistenze  $R_1$  ed  $R_2$  determinando un abbassamento del potenziale del morsetto invertente che si oppone all'iniziale tendenza all'aumento del potenziale di quel punto.

↳ la retroazione tende a diminuire la tensione  $V_E$  di comando dello stadio di uscita rispetto al valore iniziale che si ha prima che la retroazione intervenga

- ⇓
- retroazione negativa
- modo sommatore realizzato dal modo invertente dell'operazionale



⇓

poiché il morsetto non invertente dell'opamp è vincolato a massa, quando  $V_E \rightarrow 0$  poiché la tensione al morsetto invertente tende a restare costante.

$$\rightarrow i_{in} \approx \frac{V_{in}}{R_1}$$

e tale corrente scorrerà tutta attraverso  $R_2$  poiché non può entrare nessuna corrente nei morsetti dell'opamp



La caduta di potenziale su  $R_2$  fornisce la tensione di uscita:

$$V_{out} = -i_{in} R_2$$



$$G_{\text{ideale}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Il potenziale del morsetto, invertevole non vero, esso è detto NODO di TERRA VIRTUALE, poiché esso non vero il suo potenziale qualsiasi sia la corrente iniettata, comportandosi come una massa e differenza della massa esso non assorbe corrente ma lo rende disponibile e lungo un cammino parallelo che costituisce il ramo di retroazione.

### \* CALCOLO DEL GUADAGNO D'ANELLO.

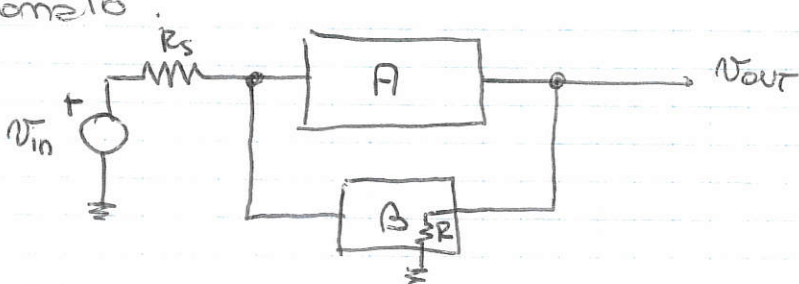
Guadagno d'anello ( $G_{loop}$ ): grandezza caratteristica di un sistema retroazionato.

$G_{loop}$  è il prodotto delle funzioni di trasferimento degli stadi che il segnale incontra nel percorrere l'anello di retroazione.



si deve applicare un segnale di banda in un punto dell'anello e si deve calcolare l'ampiezza ed il segno con cui ritorna nello stesso punto dopo aver percorso l'anello.

Consideriamo lo schema generale di un circuito retroazionato.



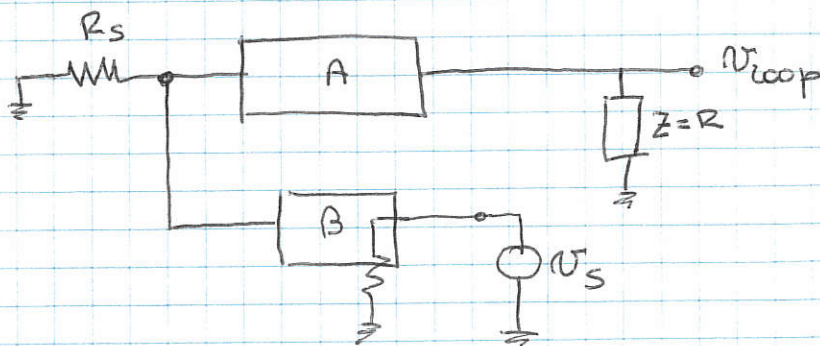
in cui abbiamo evidenziato una resistenza  $R$  nel blocco di reazione.



2. Vediamo i passi da seguire:

1. DISATTIVARE I GENERATORI FORZANTI: il segnale che giunge dopo aver percorso l'anello deve essere dovuto solo al generatore del segnale sonda e non ad altre sollecitazioni
2. TAGLIARE IN UN PUNTO L'ANELLO DI REAZIONE: l'anello può essere tagliato in qualsiasi punto ma vi è un punto più o meno comodo come vedremo
3. RIPRISTINARE A MONTE DEL TAGLIO L'IMPIEDENZA CHE SI VEDE A VALLE DEL TAGLIO: in questo modo il segnale che percorre l'anello giunto nel punto in cui è stato effettuato il taglio vede la stessa impedenza che vedeva quando l'anello era chiuso; altrimenti calcolerei il guadagno di un altro circuito.

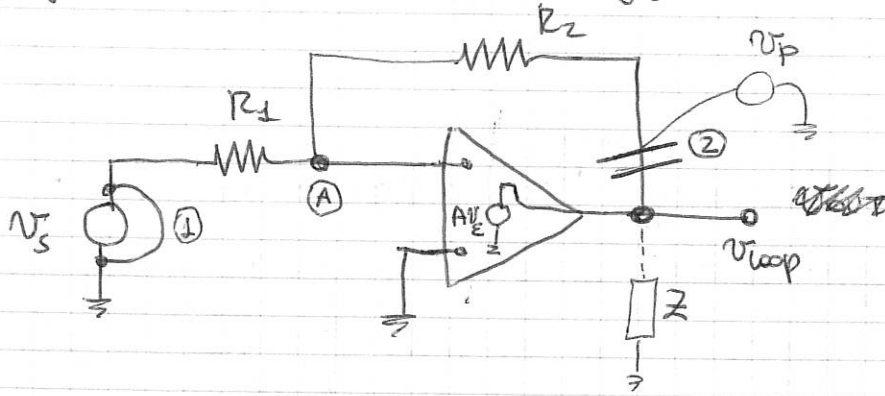
m.b.: l'anello deve essere percorso nello stesso verso in cui verrebbe percorso ad anello chiuso



4. APPLICARE A VALLE DEL PUNTO DI TAGLIO UN SEGNALE DI SONDA (che può essere di tensione o di corrente) e valutare il corrispondente segnale che si presenta nello stesso punto dopo aver percorso l'anello  
↳ guadagno dell'anello è una quantità adimensionale



Vediamo in pratica il calcolo del guadagno d'anello nel caso dell'amplificatore operazionale in configurazione invertente.



1. Spegno i generatori forzanti  $\rightarrow v_s$  è un cortocircuito.
2. Taglio l'anello in un punto comodo
3. Ricostruisco <sup>a monte del taglio</sup> la resistenza che vedo per valle del taglio  
 $Z = R_2 + R_1$
4. Applico un generatore semplice di tensione  $v_p$  e valuto la tensione in uscita dell'anello.

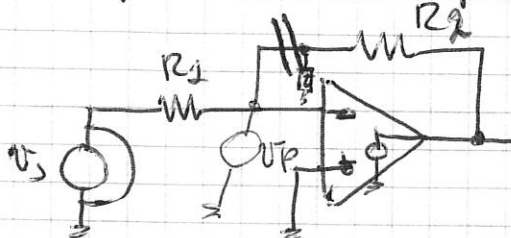
$$v_A = v_p \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad v_E = 0 - v_A$$

$$v_{loop} = A v_E = -A \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_p$$

$\Downarrow$

$$G_{loop} = \frac{v_{loop}}{v_p} = -A \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Seconda posizione in cui potremmo tagliare



$$Z = R_1$$

$$v_E = 0 - v_p$$

$$v_{loop} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} A v_E = -v_p A \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$\hookrightarrow$  se non avessi ricostruito correttamente la resistenza vista



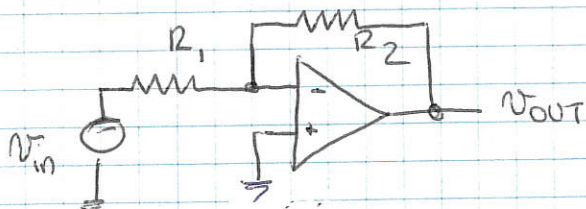
le volle del taglio:

$$V_{loop} = A V_{\varepsilon} = - A V_p \quad \underline{\underline{No!}}$$



Dal momento che l'op amp <sup>ideale</sup> ha resistenza di uscita nulla e cioè è un generatore di tensione ideale indipendente dal carico connesso in uscita, risulta conveniente tagliare l'anello pull'uscita dell'amplificatore operazionale, in modo tale che l'impedenza ricostruita momentaneamente nel calcolo del guadagno d'anello.

Consideriamo nuovamente la configurazione invertente



Sappiamo  $G_{ideale} = -\frac{R_2}{R_1}$ , abbiamo appena calcolato il guadagno d'anello: 1

$$G_{loop} = -A \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -A \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$$

Vediamo che queste due quantità ci sono sufficienti per ottenere il guadagno "reale" dell'amplificatore invertente che previamo calcolato ricorrendo alle leggi di Kirchhoff.

Il guadagno di un circuito retroazionato è dato da:

$$G_{reale} = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{1}{\beta} \frac{-A\beta}{1 - A\beta} =$$

$$= -\frac{1}{\beta} \frac{-G_{loop}}{1 - G_{loop}} = \left(-\frac{1}{\beta}\right) \frac{1}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} =$$

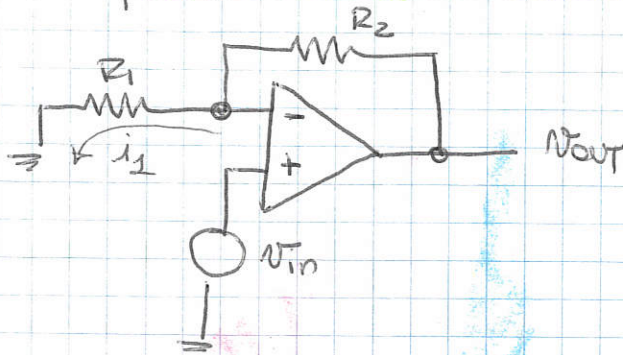
$$= \frac{G_{ideale}}{1 - 1/G_{loop}}$$



Quindi nel caso dell'op amp in configurazione invertente:

$$G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - \frac{1}{G_{loop}}} = \frac{-R_2/R_1}{1 + \frac{(1 + R_2/R_1)}{A}} \xrightarrow[\substack{A \rightarrow \infty \\ G_{loop} \rightarrow \infty}]{\text{coe}} -\frac{R_2}{R_1}$$

### \* CONFIGURAZIONE NON INVERTENTE



In questa configurazione il segnale di ingresso  $v_{in}$  è applicato direttamente al terminale non invertente dell'op amp ed un terminale di  $R_1$  va direttamente a massa.

Per effetto del cortocircuito virtuale  $V_{+} = V_{-}$ , i morsetti di ingresso di un op amp ideale, la tensione al morsetto non invertente si presenta al morsetto invertente:

$$v_{+} = v_{-} = v_{in}$$

$$\hookrightarrow \text{corrente attraverso } R_1: i_1 = \frac{v_{-}}{R_1}$$

Tale corrente non può entrare nel morsetto invertente dell'operazionale  $\Rightarrow$  fluisce tutta attraverso  $R_2$ :

$$\begin{aligned} v_{out} &= v_{-} + i_1 R_2 = v_{in} + \left( \frac{v_{in}}{R_1} \right) R_2 = \\ &= \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{in} \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

$$G_{ideale} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$



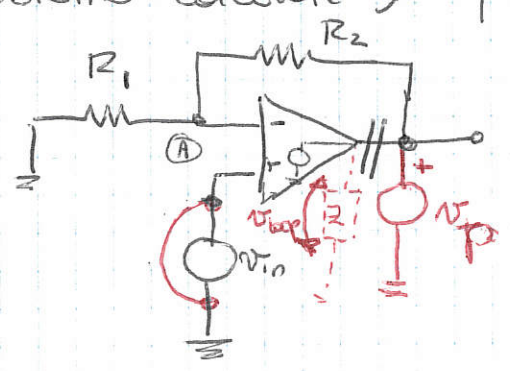
### AMPLIFICATORE NON INVERTENTE :

- guadagno maggiore di 1
- segnale di uscita in fase con il segnale di ingresso
- Impedenza di ingresso, idealmente infinita
- Impedenza di uscita, idealmente nulla

Consideriamo ora che l'operazionale abbia un guadagno  $A$  sufficientemente grande, ma non infinito e proponiamo di calcolare il guadagno reale sfruttando la Teoria della retroazione:

$$G_{reale} = \frac{G_{ideale}}{1 - 1/G_{loop}}$$

↓  
 dobbiamo calcolare il  $G_{loop}$ :



$$G_{loop} = \frac{V_{loop}}{V_p}$$

$$V_{\textcircled{A}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_p$$

$$V_{loop} = -A V_{\textcircled{A}} = -A \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} V_p$$

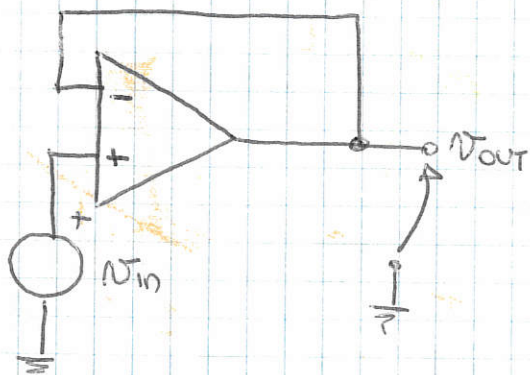
↓  
 $G_{loop} = -A \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}}$  identico al caso della configurazione



invertente, come è ovvio poiché il circuito su cui si effettua il calcolo del guadagno all'anello è identico nei due casi.

La configurazione non invertente possiede la bella proprietà di presentare un'impedenza di ingresso idealmente infinita  $\Rightarrow$  è un ottimo "lettore" di tensione e poiché possiede un'impedenza di uscita nulla (idealmente) è anche un buon "generatore" di tensione.

\* Vediamo come realizzare un **BUFFER di TENSIONE** con un amplificatore operazionale in configurazione non invertente.



errore statico di guadagno:

$$\epsilon = \left| \frac{G_{id} - G_{reale}}{G_{reale}} \right| = \left| \frac{G_{id} - \frac{G_{id}}{1 - 1/A_{loop}}}{\frac{G_{id}}{1 - 1/A_{loop}}} \right|$$
$$= |1 - 1/A_{loop} - 1| = \left| \frac{1 - 1/A_{loop}}{1 - 1/A_{loop}} \right|$$

Nelle hp di op\_amp ideale:  $v^- = v^+ = v_{in}$

$$v_{out} = v^-$$

$$\Downarrow$$
$$v_{out} = v_{in}$$

$$\Downarrow$$
$$G_{ideale} = \frac{v_{out}}{v_{in}} = 1$$

$\Downarrow$

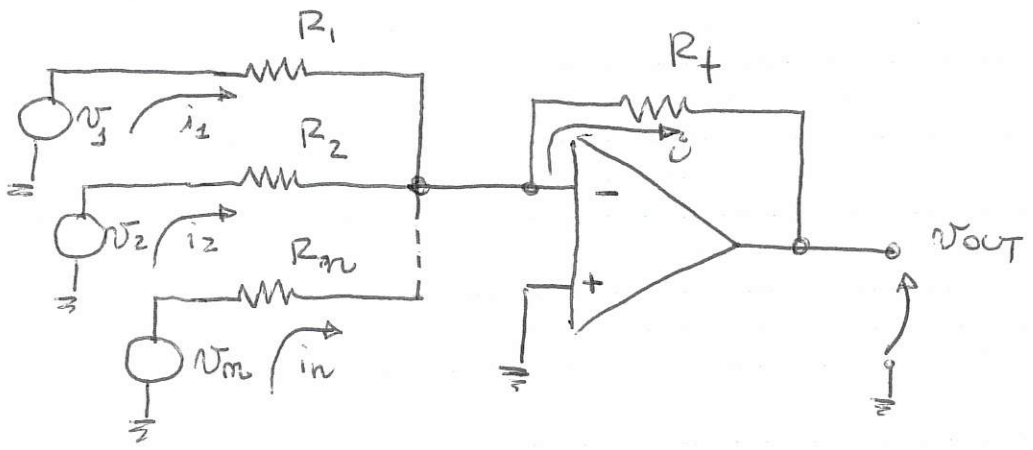
- guadagno di tensione unitario
- impedenza di ingresso idealmente infinita
- impedenza di uscita idealmente nulla

$\hookrightarrow$  ottimo lettore di tensione e generatore di tensione  $\Rightarrow$  utile in tutti i casi in cui si deve connettere una sorgente ad alta impedenza con un carico a bassa.

SUMMING INVERTER  
VOLTAGE ADDER

\* AMPLIFICATORE SOMMATORE

Supponiamo di dover sommare due o più segnali analogici (ad esempio i microfoni di un gruppo di coristi...) con "pesi" differenti:



↓

morsetto invertente è un modo di TERZA VIRTUALE (poiché  $v^+ - v^- = 0$  in un op. amp. ideale e  $v^+$  è a massa)

⇓

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} ; \quad i_2 = \frac{V_2}{R_2} ; \quad \dots ; \quad i_m = \frac{V_m}{R_m}$$

Al morsetto invertente tutte queste correnti si sommano e forniscono la corrente  $i$  che attraversa  $R_f$ :

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_m$$

⇓

$$V_{out} = -i R_f = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_m}{R_m} \right)$$

⇓ l'uscita è una somma pesata dei segnali applicati in ingresso. Ciascun "peso" può essere fissato indipendentemente dagli altri scegliendo opportunamente il valore della Resistenza ( $R_1 \dots R_m$ ), prestando attenzione che la resistenza  $R_i$  è anche la resistenza di ingresso visto da ciascun ingresso.



Se applichiamo un ingresso di modo comune  $v_{CM}$  ed entesambi gli ingressi questo alza entesambi i morsetti di  $R_1$  della stessa quantità  $\Rightarrow$  non fluisce corrente in  $R_1$  e quindi neanche nelle resistenze  $R_2 \Rightarrow v_{o1} = v_{o2} = v_{CM}$



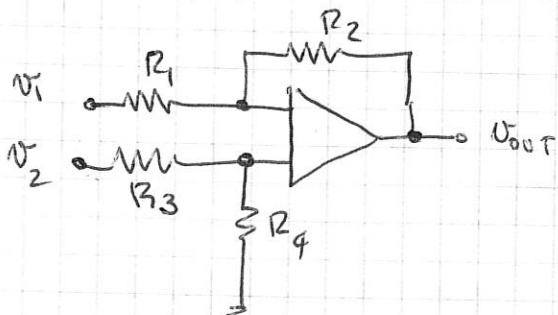
Se il secondo stadio è opportunamente bilanciato esso produrrà idealmente una tensione nulla in uscita in risposta a  $v_{CM} \Rightarrow A_{cm} = 0$



Rapporto di reiezione del modo comune:  $CMRR = \frac{A_{dm}}{A_{cm}} = \infty$

- Il guadagno può essere facilmente variato variando esclusivamente la resistenza  $R_1$ .
- Dal momento che i due op amp in ingresso sono in configurazione non invertente l'impedenza di ingresso vista da ognuno degli ingressi è idealmente infinita -
- In generale è preferibile ottenere tutto il guadagno necessario con il primo stadio lasciando al secondo stadio il compito di amplificare la differenza dei due segnali e reiettare il segnale di modo comune -

Calcoliamo quanto vale il rapporto di reiezione del modo comune quando le resistenze di un amplificatore delle differenze non sono esattamente bilanciate:



$$v_{out} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1$$



Guadagno differenziale:  $v_1 = -\frac{v_d}{2}$ ;  $v_2 = +\frac{v_d}{2}$

$$\Downarrow$$

$$A_{dm} = \frac{v_{out}}{v_d} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{R_2}{R_1} \right]$$

Guadagno di modo comune  $v_1 = v_{cm}$ ;  $v_2 = v_{cm}$

$\Downarrow$

$$A_{cm} = \frac{v_{out}}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} - \frac{R_2}{R_1}$$

$\Downarrow$

$$CMRR = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = \left| \frac{1}{2} \left[ \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} + \frac{R_2}{R_1} \right] \cdot \frac{1}{\frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} - \frac{R_2}{R_1}} \right|$$

Ad esempio vorrei  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$  ma  $R_4 = R \pm 5\%$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 10 \text{ k}\Omega \pm 5\%$$

$$\Downarrow$$

$$CMRR = \left| \frac{1}{2} \left[ \frac{1 + 10}{1 + \frac{1 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega \pm 5\%}} + 10 \right] \cdot \frac{1}{\frac{1 + 10}{1 + \frac{1 \text{ k}\Omega}{10 \text{ k}\Omega \pm 5\%}} - 10} \right| =$$

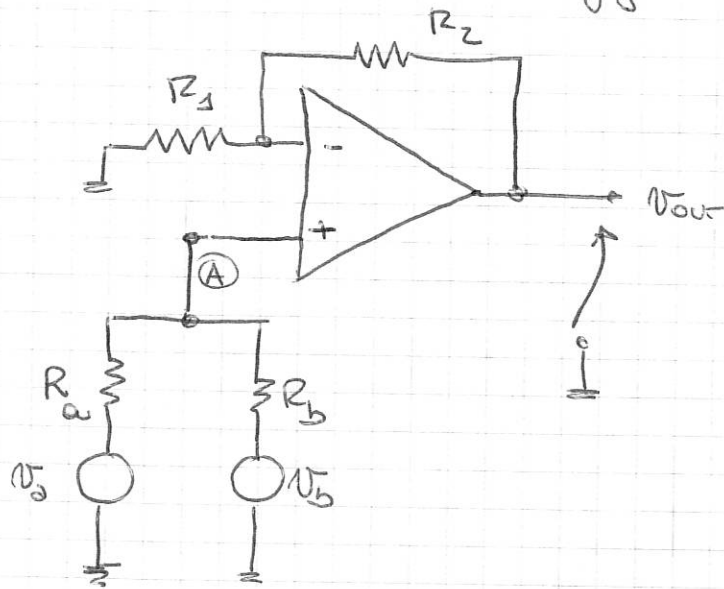
$$= \left| \frac{1}{2} \left[ \frac{11}{1 + \frac{1}{10 \pm 0.5}} + 10 \right] \cdot \frac{1}{\frac{11}{1 + \frac{1}{10 \pm 0.5}} - 10} \right| = \begin{cases} 209.5 \\ 230.5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow CMRR|_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| = \begin{cases} 46.4 \text{ dB} \\ 47.2 \text{ dB} \end{cases} \Rightarrow \text{non \u00e9 infinito!}$$



Perché si realizza l'amplificatore sommatore in configurazione non invertente?

Se pressappoco usato la configurazione non invertente.



In questo caso non abbiamo un modo di Terza virtuale che ci semplifichi le cose  $\Rightarrow$  principio di sovrapposizione degli effetti, oppure bilancia di correnti al modo A

$$V_a \Rightarrow V_a^+ = \frac{R_b}{R_a + R_b} V_a \Rightarrow V_{out_a} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_b}{R_a + R_b} V_a$$

$$V_b \Rightarrow V_b^+ = \frac{R_a}{R_a + R_b} V_b \Rightarrow V_{out_b} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_a}{R_a + R_b} V_b$$

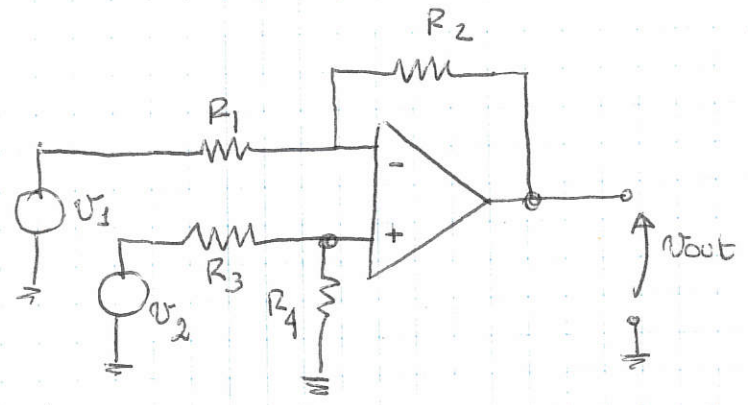
$\Downarrow$

$$V_{out} = V_{out_a} + V_{out_b} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ \frac{R_b}{R_a + R_b} V_a + \frac{R_a}{R_a + R_b} V_b \right]$$

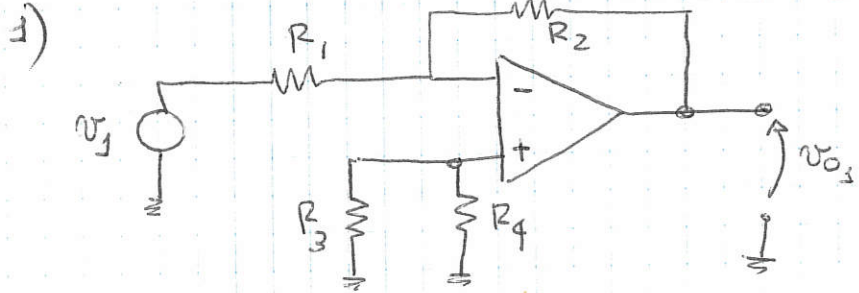
$\Downarrow$

il peso con cui ogni ingresso entra nella somma pesata dipende anche dalle resistenze presenti in serie agli altri generatori afferenti al modo  $\Rightarrow$  se aggiungiamo un terzo segnale da sommare in questo caso cambiamo i pesi con cui anche i segnali già presenti sono sommati. Nel caso, invece, della configurazione invertente gli altri segnali non risentono dell'aggiunta o meno di un segnale da sommare.

# AMPLIFICATORE DELLE DIFFERENZE

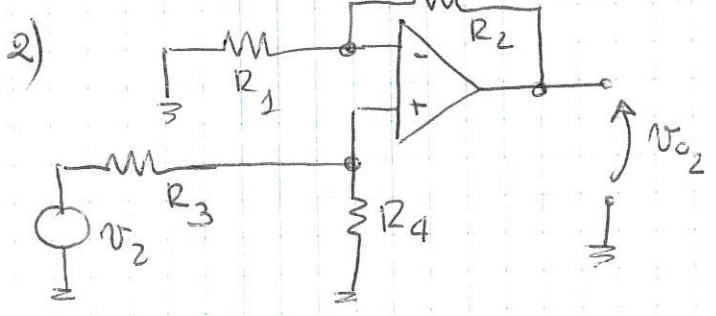


Applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti:



$R_3$  e  $R_4$  non sono percorse da corrente nel caso di op\_omp ideale

$$\Rightarrow \boxed{V_{01} = - \frac{R_2}{R_1} V_1}$$



$$\boxed{V_{02} = \frac{R_4}{R_4 + R_3} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) V_2}$$



$$V_{out} = - \frac{R_2}{R_1} V_1 + \frac{1 + R_2/R_1}{1 + R_3/R_4} V_2$$

Come facciamo a fare sì che il circuito amplifichi solo la differenza tra i due segnali ( $V_2 - V_1$ ) e rigetti i segnali di

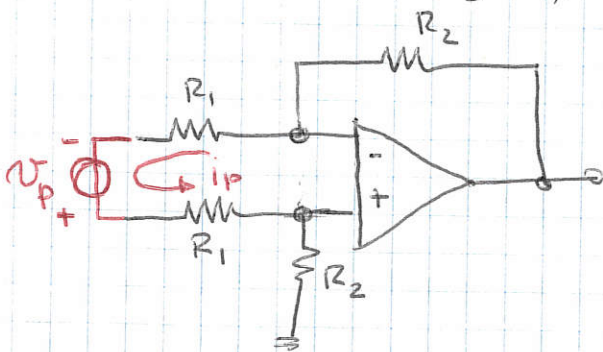


"modo comune" (cioè produce uscita nulla quando  $v_1 = v_2$ )?

È sufficiente porre  $R_2/R_1 = R_4/R_3$

$$v_o = \frac{R_2}{R_1} (v_2 - v_1) \quad \text{AMPLIFICATORE DELLE DIFFERENZE}$$

Calcoliamo la RESISTENZA DI INGRESSO DIFFERENZIALE vista a  $T_{in}$ , due terminali di ingresso, quando  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$  ed, in particolare  $R_1 = R_3$  e  $R_2 = R_4$

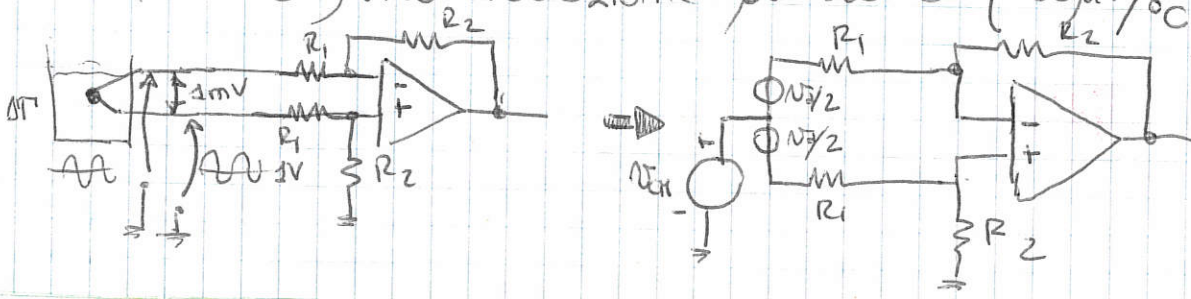


$$R_{in} = \frac{v_p}{i_p}$$

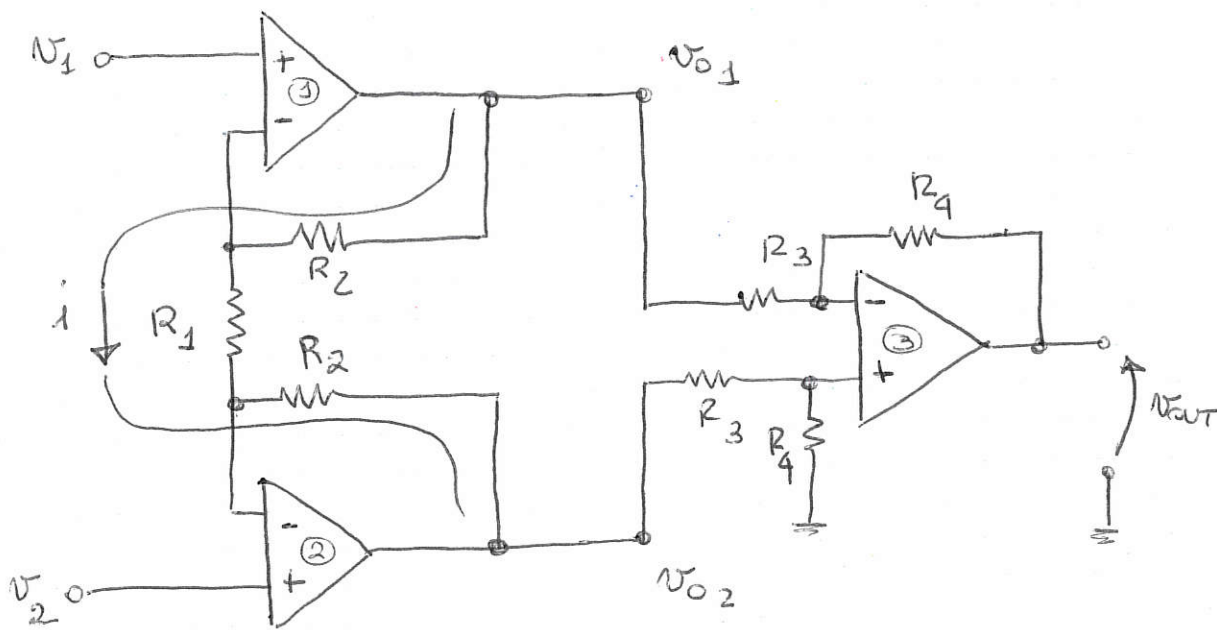
Dal momento che  $v^+ - v^- = 0$  (cortocircuito virtuale)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow v_p = i_p R_1 + i_p R_1 \Rightarrow R_{in} = 2R_1$

Tuttavia se vogliamo un elevato guadagno differenziale la resistenza  $R_1$  deve essere sufficientemente piccola e questo penalizza la resistenza di ingresso.

A che cosa serve un amplificatore delle differenze? Ad esempio vogliamo prelevare il segnale proveniente da una termocoppia che misura una variazione di  $20^\circ\text{C}$  ( $50\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ )  $\Rightarrow 1\text{mV}$



# \* AMPLIFICATORE PER STRUMENTAZIONE (INSTRUMENTATION AMPLIFIER)



Costruito circuito virtuale agli ingressi dell'op amp ① e ② fa sì che i segnali  $v_1$  e  $v_2$  appaiono ai terminali di  $R_1$   
 ↳ ai capi di  $R_1$  c'è la differenza di potenziale  $(v_1 - v_2)$  che causa il fluire di una corrente  $i$

$$i = \frac{v_1 - v_2}{R_1}$$

Tale corrente attraversa le due resistenze  $R_2$

$$v_{o1} - v_{o2} = (R_1 + 2R_2) i = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (v_1 - v_2)$$

L' amplificatore delle differenze amplifica la differenza di tensione ai suoi morsetti:

$$v_{out} = -\frac{R_4}{R_3} (v_{o1} - v_{o2}) = \frac{R_4}{R_3} (v_{o2} - v_{o1})$$

⇓

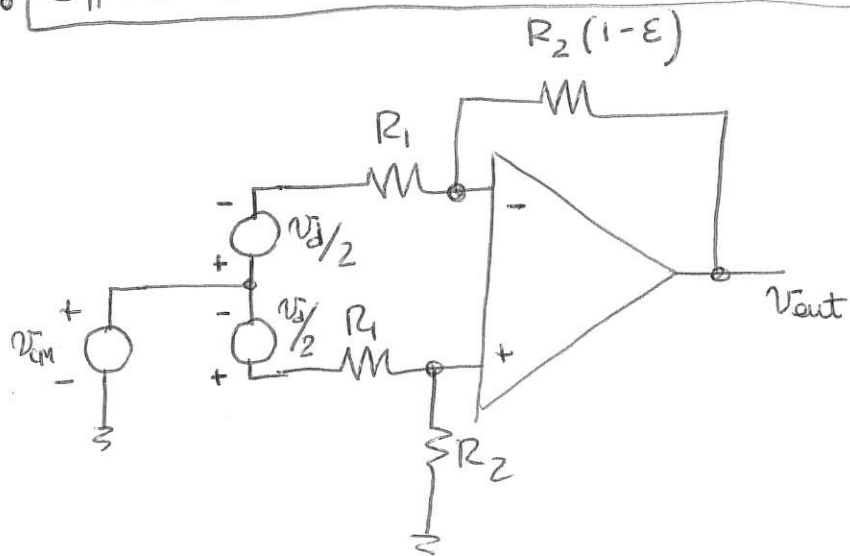
$$v_{out} = \frac{R_4}{R_3} \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) (v_2 - v_1)$$

⇓

GUADAGNO DIFFERENZIALE  $A_{dm} = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1} = \left(1 + \frac{2R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3}$



# Effetto del mismatch delle resistenze



$$V_1 = V_{cm} - \frac{V_d}{2}$$

$$V_2 = V_{cm} + \frac{V_d}{2}$$

$$\rightarrow V_2 - V_1 = V_d$$

$$\frac{V_2 + V_1}{2} = V_{cm}$$

Per la sovrapposizione degli effetti:

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left( 1 + \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) \left[ V_{cm} + \frac{V_d}{2} \right] +$$

$$- \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \left[ V_{cm} - \frac{V_d}{2} \right] =$$

$$= \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{R_1 + R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) - \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right] V_{cm} +$$

$$+ \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{R_1 + R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) + \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right] \frac{V_d}{2} =$$

$$= G_{cm} V_{cm} + G_{dm} V_d$$

$$\downarrow G_{cm} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} - \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1} (1-\epsilon) \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} - 1 \right] = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1} (1-\epsilon) \left[ -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] =$$

$$= \frac{R_2 - R_2(1-\varepsilon)}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon$$

$$G_{dm} = \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2}{R_1} (1-\varepsilon) + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} (1-\varepsilon) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2}{R_1} \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2} \varepsilon \frac{R_2}{R_1} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1}{R_2} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \frac{R_2 + R_1 + R_2}{R_1 + R_2} \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

$$\Downarrow$$

$$CMRR = \left| \frac{G_{dm}}{G_{cm}} \right| = \left| \frac{\frac{R_2}{R_1} \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \right]}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon} \right| =$$

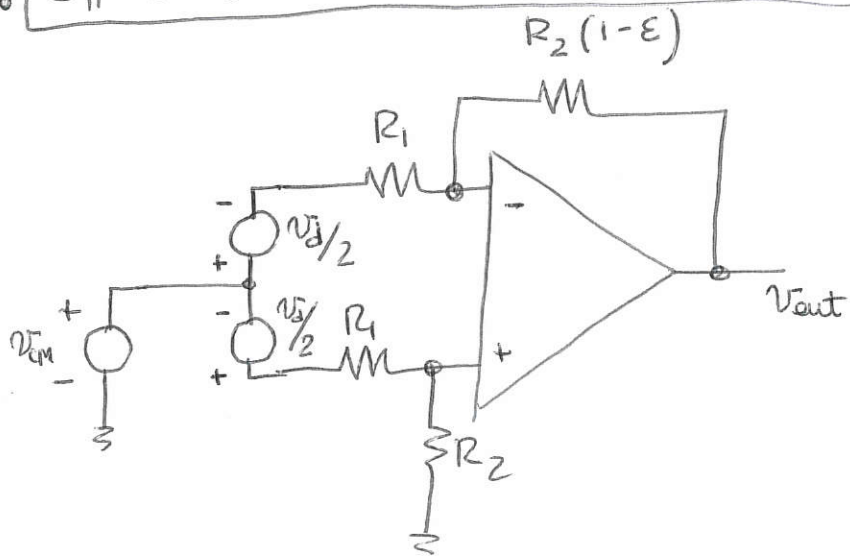
$$= \left| \frac{1}{R_1} \frac{R_1 + R_2 - \frac{\varepsilon}{2} (R_1 + 2R_2)}{\varepsilon} \right| \stackrel{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} \left| \frac{1 + R_2/R_1}{\varepsilon} \right|$$

Ad es.  
 $R_2 = 20k\Omega$   
 $R_1 = 2k\Omega$   
 $\varepsilon = 1\%$   
 $CMRR =$   
 $= \frac{11}{0.01} = 1100 =$   
 $= 60.8 \text{ dB}$

↳ fissato  $\varepsilon$  quanto maggiore è  $R_2/R_1$  (guadagno differenziale) aumento il CMRR



# Effetto del mismatch delle resistenze



$$v_1 = v_{cm} - \frac{v_D}{2}$$

$$v_2 = v_{cm} + \frac{v_D}{2}$$

$$\rightarrow v_2 - v_1 = v_D$$

$$\frac{v_2 + v_1}{2} = v_{cm}$$

Per la sovrapposizione degli effetti:

$$v_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left( 1 + \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) \left[ v_{cm} + \frac{v_D}{2} \right] +$$

$$- \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \left[ v_{cm} - \frac{v_D}{2} \right] =$$

$$= \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{R_1 + R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) - \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right] v_{cm} +$$

$$+ \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{R_1 + R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right) + \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} \right] \frac{v_D}{2} =$$

$$= G_{cm} v_{cm} + G_{dm} v_D$$

$$\downarrow G_{cm} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} - \frac{R_2(1-\epsilon)}{R_1} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1} (1-\epsilon) \left[ \frac{R_2}{R_1 + R_2} - 1 \right] = \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_2}{R_1} (1-\epsilon) \left[ -\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] =$$

$$= \frac{R_2 - R_2(1-\varepsilon)}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon$$

$$Q_{dm} = \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2}{R_1} (1-\varepsilon) + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} (1-\varepsilon) =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_2}{R_1} \varepsilon + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} - \frac{1}{2} \varepsilon \frac{R_2}{R_1} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1}{R_2} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ \frac{1}{2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \varepsilon \frac{R_2 + R_1 + R_2}{R_1 + R_2} \right] =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

$$\Downarrow$$

$$CMRR = \left| \frac{Q_{dm}}{Q_{cm}} \right| = \left| \frac{\frac{R_2}{R_1} \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{2} \frac{R_1 + 2R_2}{R_1 + R_2} \right]}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} \varepsilon} \right| =$$

$$= \left| \frac{1}{R_1} \frac{R_1 + R_2 - \frac{\varepsilon}{2} (R_1 + 2R_2)}{\varepsilon} \right| \stackrel{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} \left| \frac{1 + R_2/R_1}{\varepsilon} \right|$$

Ad es.  
 $R_2 = 20k\Omega$   
 $R_1 = 2k\Omega$   
 $\varepsilon = 1\%$   
 $CMRR =$   
 $= \frac{11}{0.01} = 1100 =$   
 $= 60.8 \text{ dB}$

↳ fissato  $\varepsilon$  quanto maggiore è  $R_2/R_1$  (guadagno differenziale) aumento il CMRR

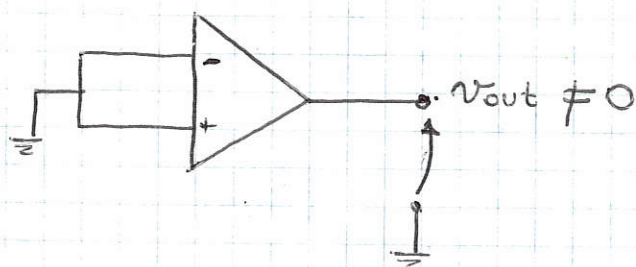


## L'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE REALE

Analizziamo il funzionamento dell'amplificatore operazionale rimuovendo le ipotesi di idealità fatte ed esaminando l'effetto di ogni non idealità singolarmente

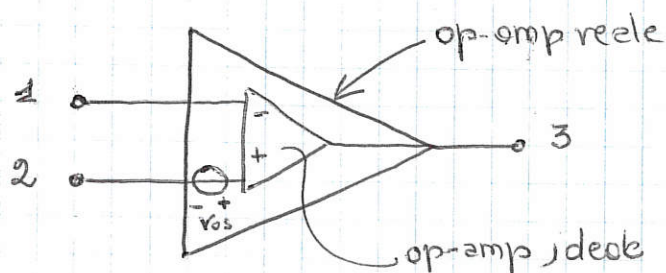
### \* TENSIONE DI OFFSET

Consideriamo questo "esperimento":



Anche se gli ingressi sono cortocircuitati, l'uscita verso massa misureremo una tensione di uscita non nulla. Dato che l'op-amp ha un elevato guadagno in continua, l'uscita saturerà all'alimentazione positiva o negativa.

Si può immaginare che questa tensione sia provocata da una tensione applicata in ingresso e amplificata dall'op-amp. Questa tensione è detta TENSIONE DI OFFSET ALL'INGRESSO  $V_{os}$ .



$$V_{os} = \frac{V_o}{A}$$

Tale tensione di offset deriva dall'inevitabile mismatch presente tra i transistori dello stadio di ingresso dell'opamp.

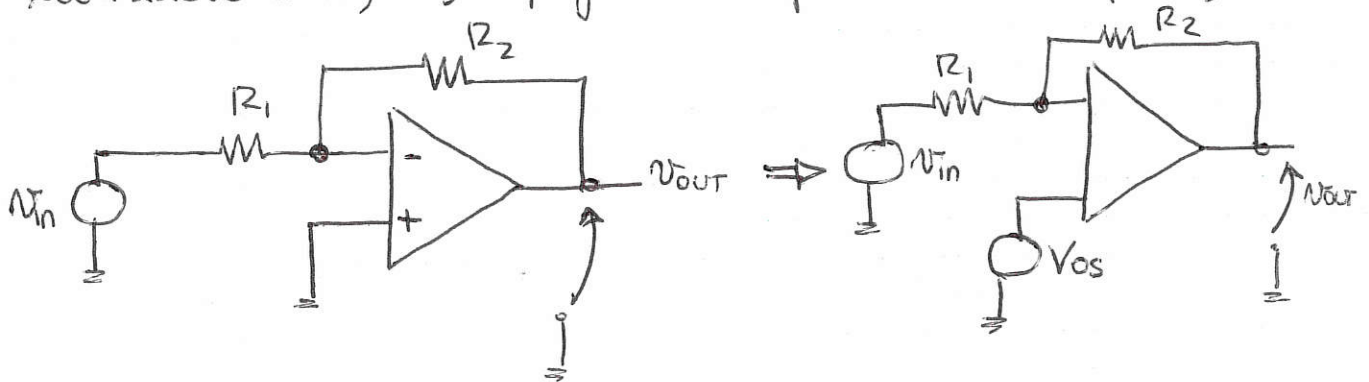
$$V_{os} \stackrel{\text{typ}}{=} 1-5 \text{ mV}$$

Altre  $V_{os}$  dipende dalla temperatura, in generale,

data-sheet forniscono il valore tipico e massimo della Tensione di offset e Temperatura ambiente ed il suo coefficiente di Temperatura [typ  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ]

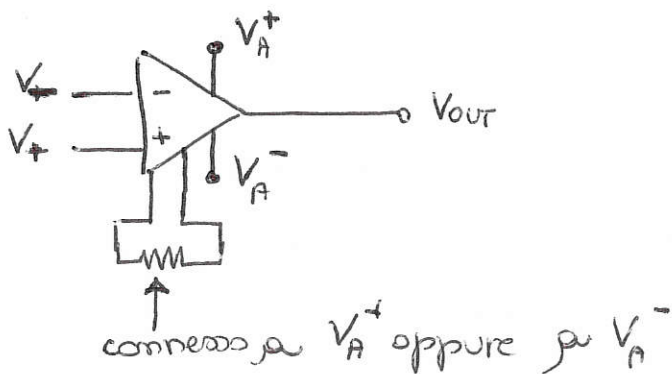
Ovviamente non viene specificato la polarità della Tensione di offset poiché da esemplare a esemplare può essere positivo o negativo.

Calcoliamo la Tensione di uscita di uno stadio invertente realizzato con un amplificatore operazionale affetto da offset



$$V_{out} = V_{in} \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) \pm V_{os} \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Alcuni operazionali sono forniti di due terminali aggiunti ai quali è possibile connettere un potenziometro per riportare a zero l'uscita dovuta a  $V_{os}$

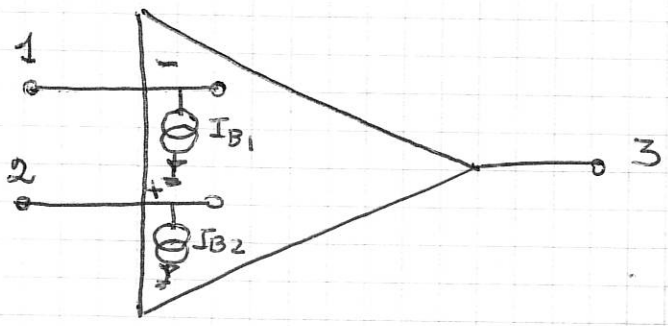


### \* CORRENTI DI POLARIZZAZIONE IN INGRESSO (CURRENTI DI BIAS)

Il due ingressi dell'operazionale sono nello realtà i terminali di gate di un transistor e per poter funzionare



re necessitano di una piccola corrente continua di polarizzazione (di molto inferiore al pA nel caso dei MOS, ma superiori alle centinaia di nA nel caso di altri transistori (BJT))  
 La corrente di "bias" può essere rappresentata da due generatori di corrente  $I_{B1}$  e  $I_{B2}$  connessi ai terminali in invertente e non invertente dell'operazionale

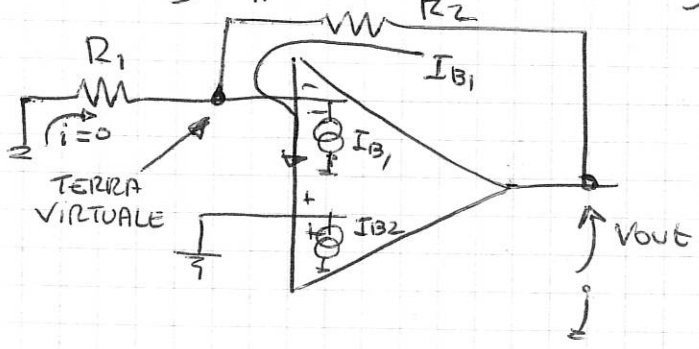


Il verso delle correnti dipende dalla topologia interna del circuito. Il costruttore fornisce il valor medio di  $I_{B1}$  e  $I_{B2}$  e la loro differenza:

CORRENTE DI BIAS : 
$$I_B = \frac{I_{B1} + I_{B2}}{2}$$

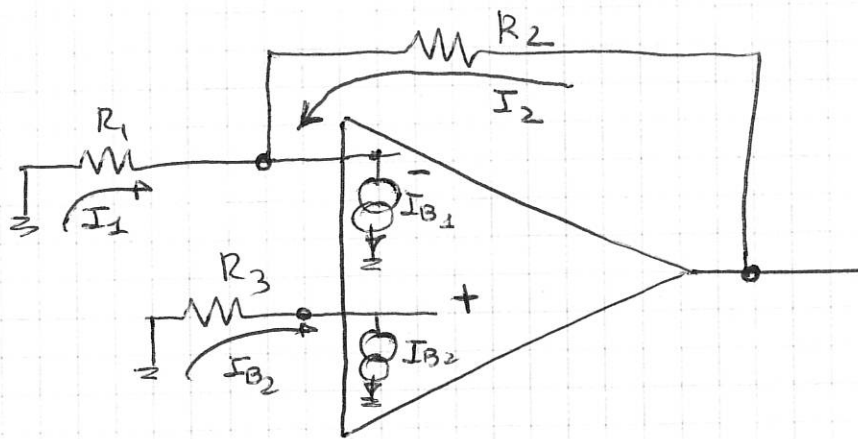
OFFSET DELLA CORRENTE DI BIAS 
$$I_{OS} = |I_{B1} - I_{B2}|$$

Calcoliamo l'effetto sulla tensione di uscita delle correnti di bias



$$V_{out} = I_{B1} R_2 \approx I_B R_2$$

Tuttavia possiamo tentare di ridurre questo effetto introducendo una resistenza  $R_3$  in serie al morsetto non invertente.



$$V^+ = -I_{B2} R_3 = V^-$$

$$\Downarrow \quad \frac{-V^-}{R_1} = I_1$$

$$I_1 = \frac{-V^-}{R_1} + I_{B2} \frac{R_3}{R_1}$$

$$I_2 = I_{B1} - I_1 = I_{B1} - I_{B2} \frac{R_3}{R_1}$$

$$\text{Se } I_{B1} = I_{B2} = I_B \Rightarrow V_0 = \left( I_B - I_B \frac{R_3}{R_1} \right) R_2 - I_B R_3 =$$

$$= I_B \left( R_2 - R_3 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right)$$

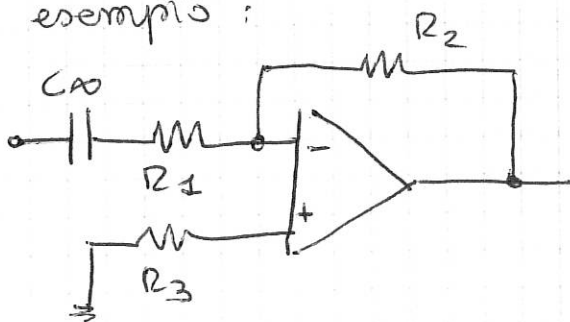
$$\Downarrow \text{ Se } R_3 = \frac{R_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = R_1 \parallel R_2 \quad \left( \text{resistenza vista dal morsetto} \right)$$

Invertente

In questo modo resta solo l'effetto dell'offset delle correnti di bias che è molto più piccolo.

$$V_0 = I_{os} R_2$$

Ad esempio:

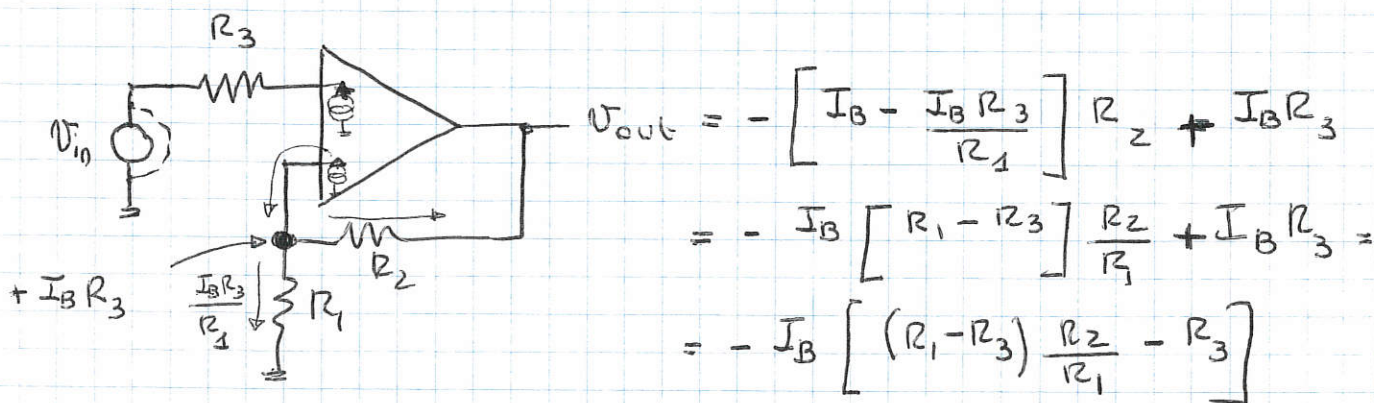
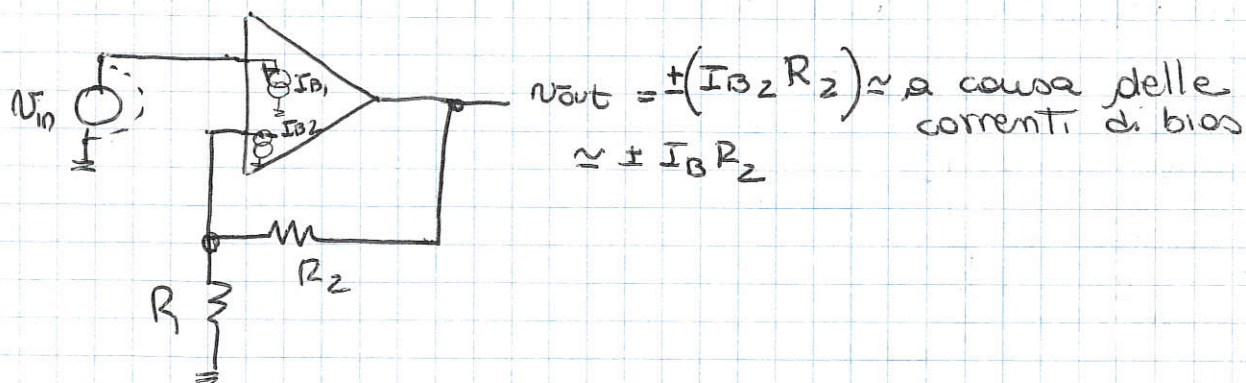


$R_3$  deve essere uguale alla resistenza vista in continuo dal morsetto ~~non~~ invertente  $\Rightarrow R_3 = R_2$  !!



\* COMPENSAZIONE CORRENTE DI BIAS NELLA CONFIGURAZIONE NON-INVERTENTE: (fatto su esercitazioni il 3/12/01)

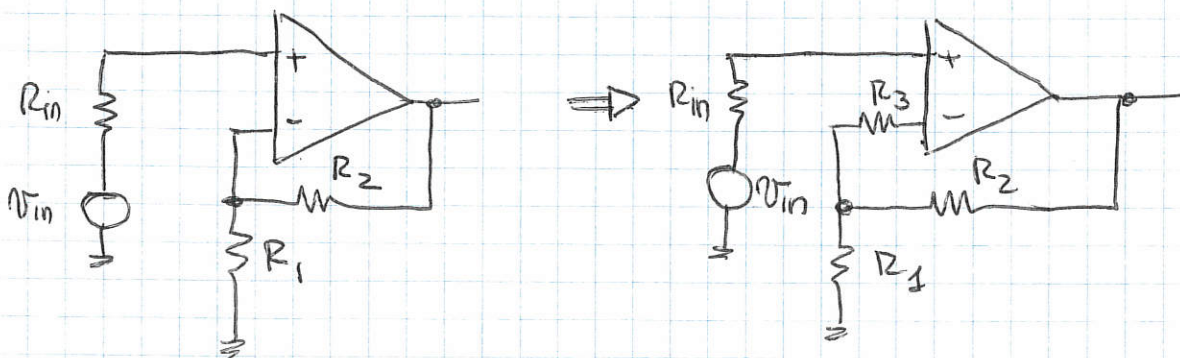
② resistenza del generatore di segnale nulla



↳  $R_3 = R_2 \parallel R_1$ , cioè deve uguagliare la resistenza vista dal morsetto invertente verso massa.

no  $R_3$  non modifica il guadagno

⑥ resistenza del generatore di segnale non nulla

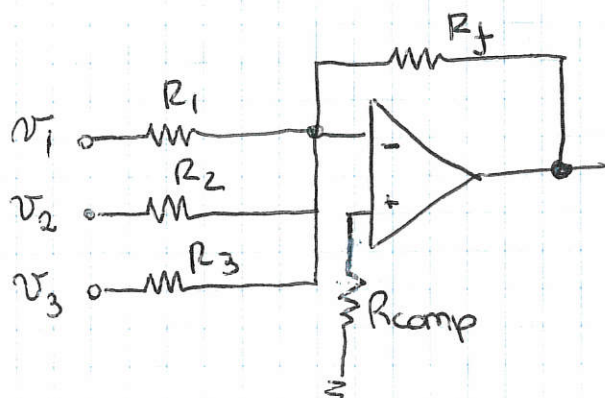


↳  $R_{in} = R_3 + R_1 \parallel R_2 \Rightarrow R_3 = R_{in} - (R_1 \parallel R_2)$

ovviamente  $R_3$  non modifica il guadagno dell'amplificatore

Am enticombi, i casi, naturalmente rimane non compensa  
to l'offset delle due correnti di bias, che, tuttavia,  
è di entità molto minore delle correnti di bias.

### \* COMPENSAZIONE CORRENTE DI BIAS NEL SOMMATORE



$$R_{comp} = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3 \parallel R_f$$

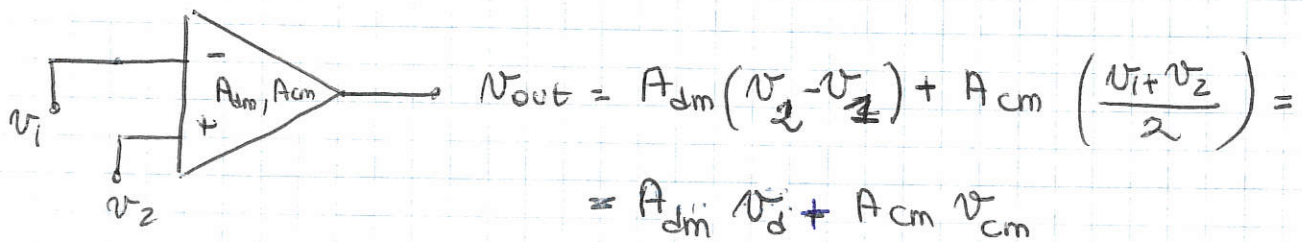


## \* RAPPORTO DI REIEZIONE DEL MODO COMUNE

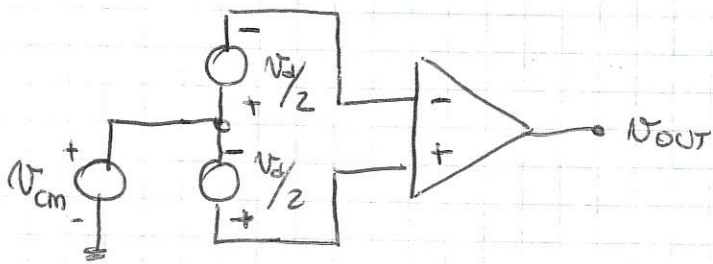
La tensione di uscita di un amplificatore reale contiene altre componenti oltre alla replica del segnale di ingresso moltiplicata per il guadagno differenziale.

C'è una componente del segnale di uscita legata alla componente del segnale comune e inteso agli ingressi (TENSIONE DI INGRESSO DI MODO COMUNE)

$$V_{i,cm} = \frac{V_1 + V_2}{2}$$



$$\downarrow \quad V_1 = V_{cm} - \frac{V_d}{2} \quad V_2 = V_{cm} + \frac{V_d}{2}$$



In un operazionale ideale viene amplificato solo il segnale differenziale e eliminato quello di modo comune ( $A_{cm} = 0$ )

In un amplificatore reale

$$V_{out} = A_{dm} \left[ V_d + \frac{A_{cm} V_{cm}}{A_d} \right] = A_{dm} \left[ V_d \pm \frac{V_{cm}}{CMRR} \right]$$

$$CMRR = \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right|$$

$$CMRR_{dB} = 20 \log \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right|$$

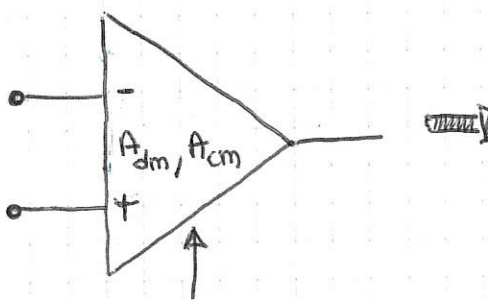
$$60 \text{ dB} \leq CMRR_{dB} \leq 120 \text{ dB}$$

# \* RAPPORTO DI REIEZIONE DELLA TENSIONE DI ALIMENTAZIONE

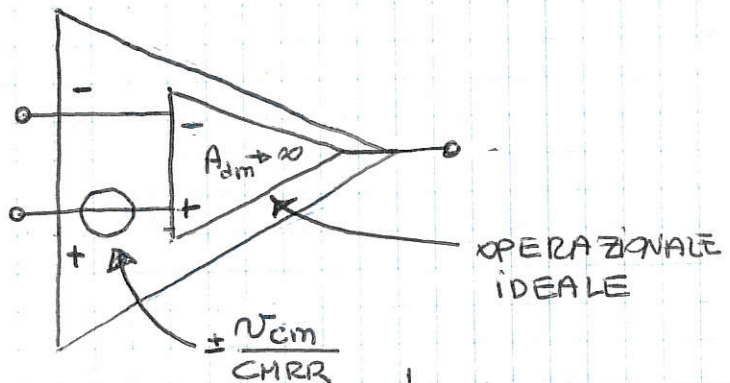
Il power supply rejection ratio è un parametro tipico di un op amp reale; nell'op amp ideale è infinito -  
 Esso descrive la sensibilità dell'amplificatore rispetto alle variazioni della tensione di alimentazione, dovute a deriva termica o al rumore - Tali variazioni tendono ad esempio a far variare la tensione di offset in ingresso.  
 Valori tipici del PSRR sono compresi tra 60 e 120 dB.

Come facciamo a calcolare l'effetto sulla tensione di uscita  $V_o$  di un CMRR finito o di un PSRR finito?

Dalla relazione precedente possiamo modellare l'effetto con un generatore di tensione in serie ad uno dei morsetti dell'operazionale, ora considerato ideale.

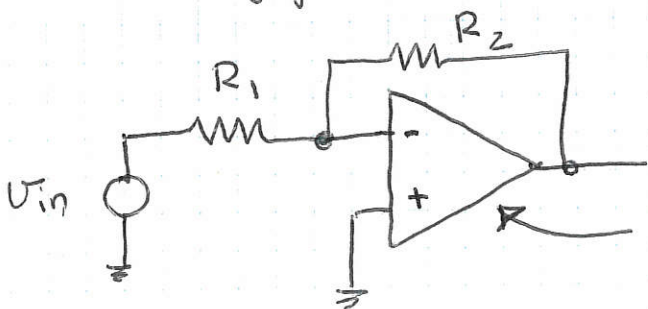


OPERAZIONALE REALE CON CMRR FINITO



ATT! 1) DIPENDE DAL SEGNALE APPLICATO IN INGRESSO.  
 2) NON CONOSCIAMO LA POLARITÀ DI QUESTO GENERATORE

## → configurazione invertente



operazionale reale con CMRR finito fornito dal photosheet dell'operazionale.



↓

per trasformare il circuito in un circuito contenente un operazionale reale dobbiamo calcolare il generatore di tensione da aggiungere in serie ai morsetti per tenere conto del CMRR.

Per calcolare  $v_{cm}$  facciamo una approssimazione e consideriamo l'operazionale ideale (cortocircuito virtuale tra i morsetti, cioè  $A_{dm} \rightarrow \infty \Rightarrow v^-$  nodo di terra virtuale)

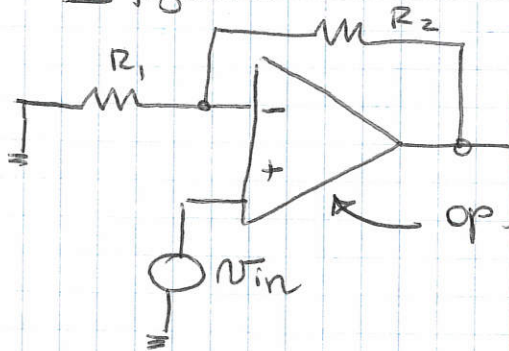
$$v^+ = 0 \quad v^+ = v^- \Rightarrow v^- = 0$$

$$v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2} \approx 0$$

↓

La configurazione invertente è praticamente immune dagli effetti di CMRR finito.

→ configurazione non invertente



op amp reale con CMRR finito

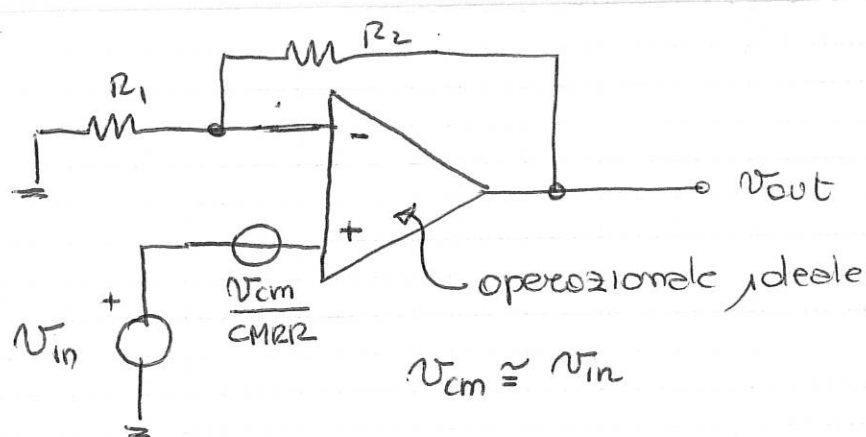
↓

Calcoliamo  $v_{cm}$ : facciamo ancora l'approssimazione di considerare l'operazionale ideale (cioè cortocircuito virtuale tra i morsetti,  $A_{dm} \rightarrow \infty$ ):

$$v^+ = v_{in} \quad v^- \approx v_{in} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2} \approx v_{in}$$

↓

Possiamo ridisegnare il circuito:



Applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ V_{in} \pm \frac{V_{cm}}{CMRR} \right]$$

Ad esempio:  $R_2 = 100k\Omega$  ;  $R_1 = 1k\Omega$  ;  $CMRR = 40dB$

⇓

$$\text{Se } V_{in} = 5mV \sin(2\pi ft) \Rightarrow V_{out}|_{id} = 5mV \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \sin(2\pi ft) = 505mV \sin(2\pi ft)$$

$$V_{out}|_{reale} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ V_{in} \pm \frac{V_{in}}{CMRR} \right] =$$

$$= \left(1 + \frac{100k}{1k}\right) \left[ 1 \pm \frac{1}{CMRR} \right] V_{in} =$$

$$= 101 \left[ 1 \pm \frac{1}{100} \right] 5mV \sin(2\pi ft) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 510 \text{ mV} \\ 500 \text{ mV} \end{array} \right\} \sin 2\pi ft$$

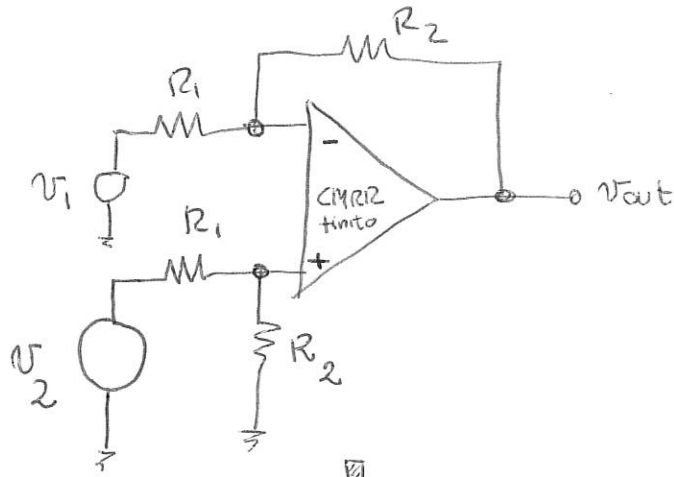
⇓

$$\left| \frac{V_{out}|_{reale} - V_{out}|_{id}}{V_{out}|_{id}} \right| = 1\%$$

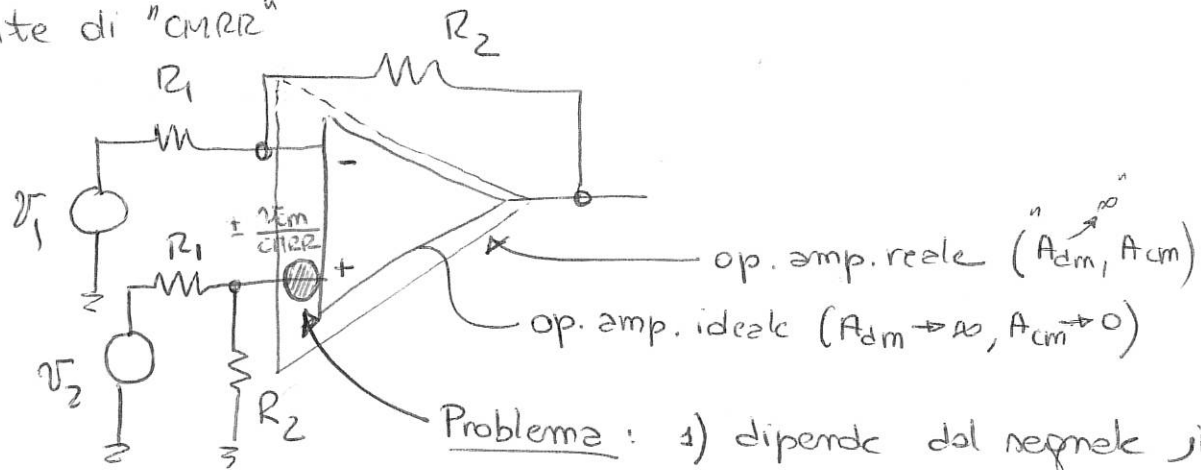
Analogamente possiamo calcolare l'effetto di un ripple sull'odi menzione sulla tensione di uscita in un operazionale con PSRR finito.



• rapporto di reiezione dell'opamp non infinito



Posso riconducermi ad un circuito in cui metto un operazionale ideale e in serie a uno dei morsetti un generatore equivalente di "CMRR"



Problema: 1) dipende dal segnale in ingresso  
2) non conosciamo la polarità

Calcoliamo il generatore equivalente di CMRR (per farlo assumiamo l'operazionale ideale cioè  $A_{dm} \rightarrow \infty$ , non è proprio vero, ma...)

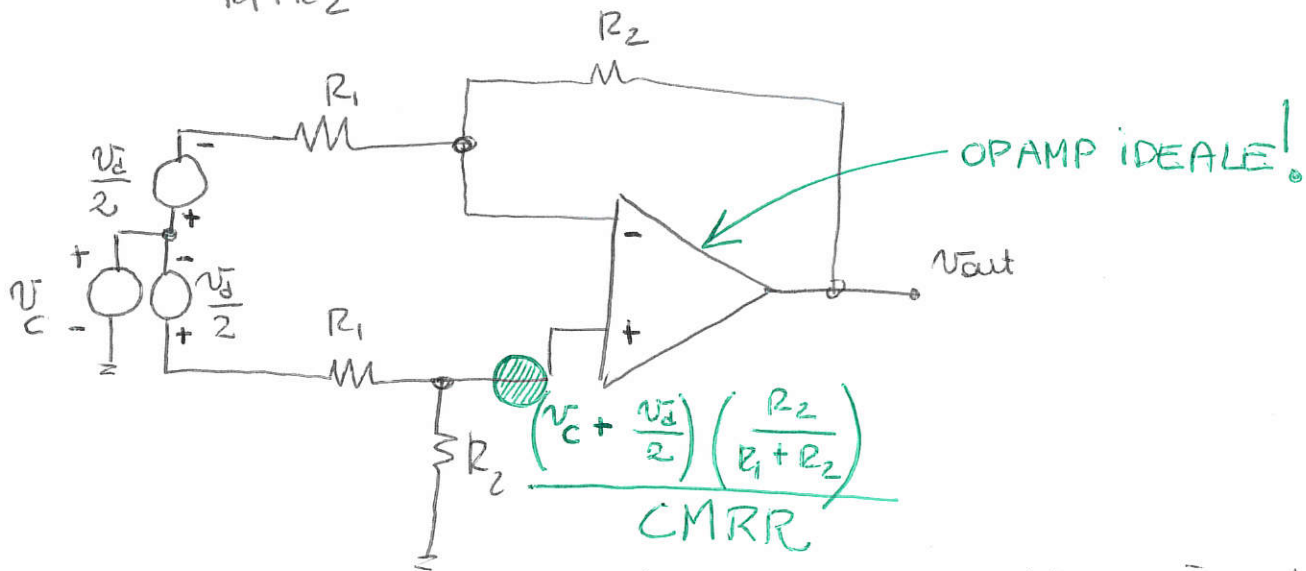
$$v_{cm} = \frac{v^+ + v^-}{2}$$

$$v_2 \left\{ \begin{array}{l} v_2^+ = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_2 \\ \Downarrow \\ v_2^- \approx v^+ \text{ (hp. di operazionale ideale)} \end{array} \right.$$

$$v_1 \left\{ \begin{array}{l} v^+ = 0 \text{ (in } R_1 \parallel R_2 \text{ non passa corrente)} \\ v^- \approx v^+ = 0 \end{array} \right.$$

$\Downarrow$   $v_1$  non dà contributo al gen. equivalente (ovvio è una configurazione invertente!)

$$\downarrow v_{CM} \cong \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_2$$



↓ sovrapposizione degli effetti  $\left\{ \begin{array}{l} v_c \text{ non conta perché non è amplificata} \\ \text{amplifico } v_d \text{ di } \frac{R_2}{R_1} \text{ e poi devo vedere il gem. eq.} \end{array} \right.$

$$v_{out} = v_d \frac{R_2}{R_1} \pm \left[ \frac{v_c + \frac{v_d}{2}}{CMRR} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \right] =$$

$$= v_d \frac{R_2}{R_1} \pm \left[ \frac{v_c + \frac{v_d}{2}}{CMRR} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right] =$$

$$= v_d \frac{R_2}{R_1} \pm \left[ \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{v_c}{CMRR} + \frac{v_d}{CMRR} \cdot \frac{R_2}{2R_1} \right]$$

$$\Downarrow G_d = \frac{R_2}{R_1} \pm \frac{1}{CMRR} \frac{R_2}{2R_1}$$

$$G_c = \pm \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{CMRR}$$

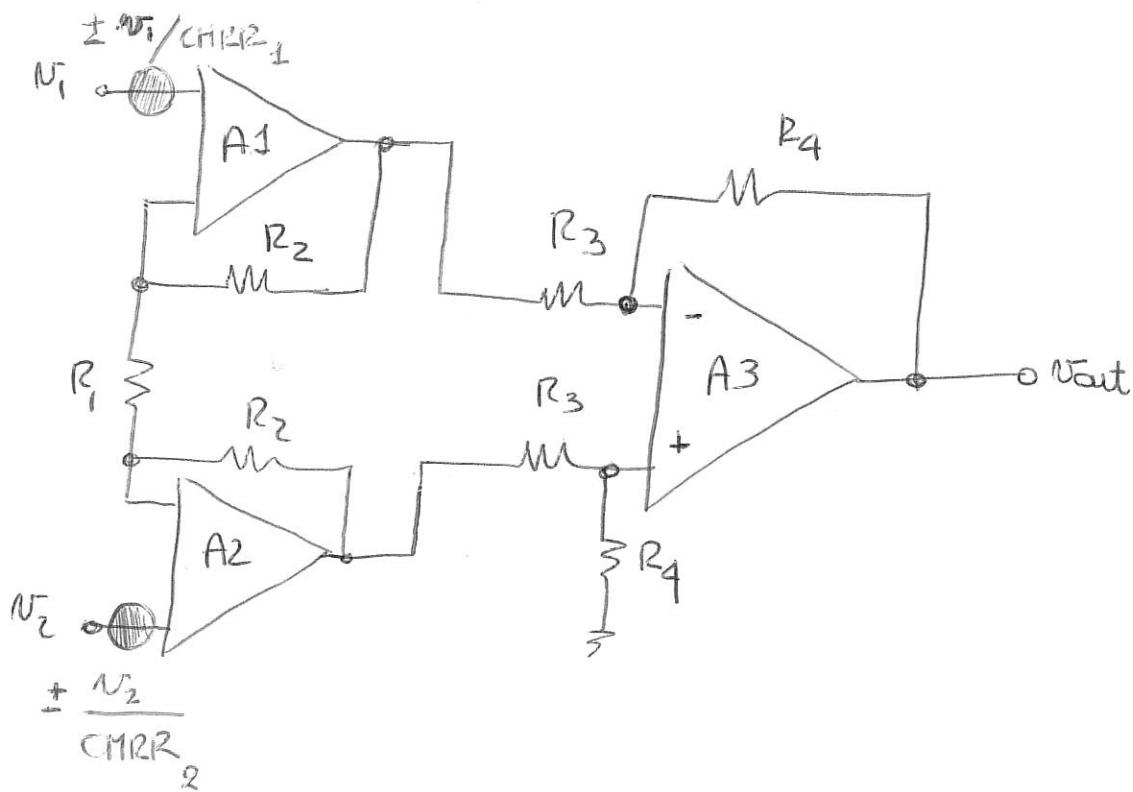
$$\hookrightarrow CMRR_{TOT} = \left| \frac{G_d}{G_c} \right| = \left| \frac{\frac{R_2}{R_1} \left[ 1 \pm \frac{1}{2CMRR} \right]}{\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{CMRR}} \right| =$$

$$= \left| CMRR \pm \frac{1}{2} \right|$$

N.B. il CMRR può dipendere dalla frequenza e tipicamente diminuisce alle alte frequenze.



- Coppia di rezezione di modo comune di  $A_1$  e  $A_2$



$$V_{out} = \frac{R_4}{R_3} \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \left[ v_d \pm \frac{v_2}{CMRR_2} - v_1 \mp \frac{v_1}{CMRR_1} \right] =$$

$$= \frac{R_4}{R_3} \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \left[ \left( v_c + \frac{v_d}{2} \right) \left( 1 \pm \frac{1}{CMRR_2} \right) - \left( v_c - \frac{v_d}{2} \right) \left( 1 \pm \frac{1}{CMRR_1} \right) \right] =$$

$$CMRR_1 = CMRR_2$$

$$= \frac{R_4}{R_3} \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) v_d \left( 1 \pm \frac{1}{CMRR} \right) + \frac{R_4}{R_3} \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \left[ v_c \left( \frac{1 \pm 1}{CMRR} \right) - v_c \left( \frac{1 \pm 1}{CMRR} \right) \right]$$

↳ cambia solo debolmente il guadagno differenziale, ma non influenzano il CMRR dello stadio complessivo.

⇓  
 $v_c$  in ingresso è rappresentato in uscita ( $v_{out_1}$  e  $v_{out_2}$ ) non amplificata, mentre  $v_d$  è amplificata di  $\left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right)$

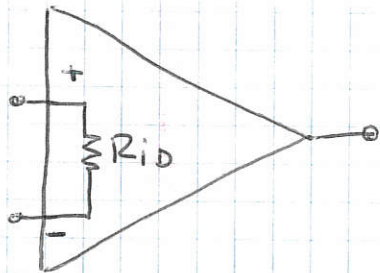
$$\Rightarrow G_{dTOT} = \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) \left( 1 \pm \frac{1}{CMRR} \right) \cdot G_{A3}$$

$$G_{CTOT} = 1 \cdot G_{A3}$$

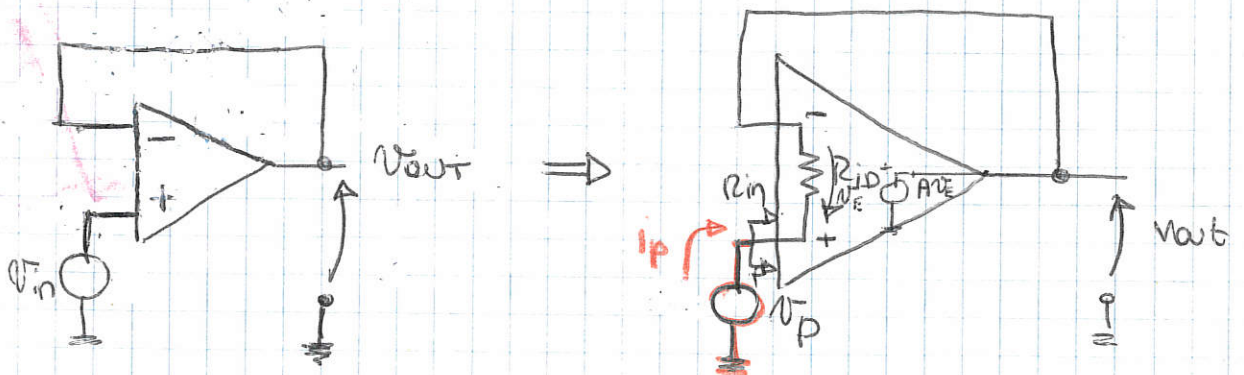
$$\Rightarrow CMRR_{TOT} = \frac{G_{dTOT}}{G_{CTOT}} \approx \left( 1 + \frac{2R_2}{R_1} \right) CMRR_3$$

## \* RESISTENZA DI INGRESSO FINITA

Nell'opamp ideale abbiamo assunto che la resistenza di ingresso dell'operazionale sia infinita. Nello realtà tale resistenza è grande, ma non infinita:



Analizziamo quanto vale la  $R_{in}$  di un operazionale in configurazione a buffer:



Nel caso ideale  $R_{id} = \infty \rightarrow R_{in} = \infty$

Vediamo quando  $R_{id}$  ha valore finito; applichiamo un generatore di tensione di prova e vediamo la corrente che deve scorrere:

$$R_{in} = \frac{V_P}{I_P}$$

$$V_E = V_P - A V_E \Rightarrow V_P = V_E + A V_E = V_E (1 + A)$$

$$I_P = \frac{V_E}{R_{id}}$$

$$\Downarrow \\ R_{in} = \frac{A V_E (1 + A)}{\frac{V_E}{R_{id}}} = R_{id} (1 + A)$$



Se calcolissimo il guadagno di anello è pari a  $(-A)$

↳ possiamo riscrivere la resistenza di ingresso come:

$$R_{IN} = R_{ID} (1 - G_{loop})$$



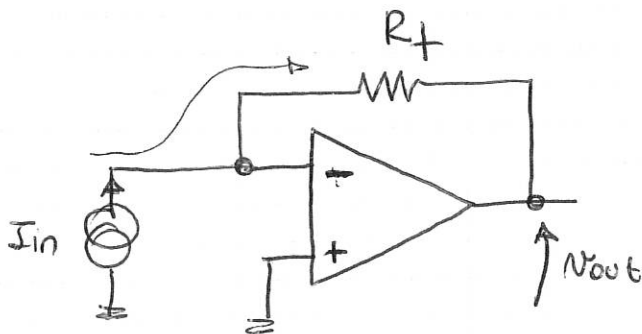
La resistenza di ingresso è pari alla resistenza che vedo quando "spengo" la retroazione ( $R_{ID}$ ) moltiplicata del fattore  $(1 - G_{loop})$  per effetto della retroazione, che tende a ridurre la corrente entrante nel morsetto invertente.

Tipicamente  $R_{ID} = 1\text{M}\Omega \div 1\text{T}\Omega$  a seconda dei dispositivi impiegati come elementi di ingresso nella costruzione dell'operazionale e comunque il suo valore è fornito nei data-sheet.

Il guadagno di anello è pari in questo caso a  $A = 10^4 \div 10^7$

↓  
La resistenza di ingresso tende ad essere realmente infinita.

Consideriamo un'altra configurazione di operazionale e vediamo quanto vale la resistenza di ingresso:

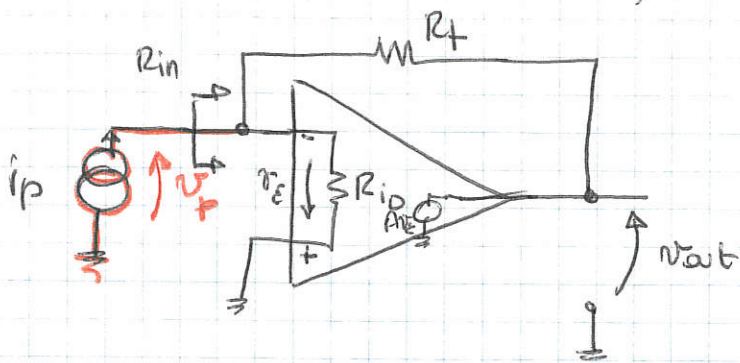


STADIO A TRANSRESISTENZA

Il morsetto invertente è un modo di Terra virtuale. ⇒ Idealmente nessuna corrente entra nel morsetto invertente ⇒ tutta la corrente fluisce attraverso  $R_f$

$$V_{out} = -R_f I_{in} \quad \Rightarrow \quad G_{ideale} = -R_f$$

Calcoliamo la resistenza di ingresso:



In presenza di  $R_{ip}$  (supposta infinita) nel caso ideale  $R_{in} = 0$

$$R_{in} = \frac{v_p}{i_p}$$

$$\begin{cases} i_p = \frac{v_p}{R_{id}} + \frac{v_p - Av_E}{R_f} \\ v_E = -v_p \end{cases}$$

$$\Downarrow i_p = \frac{v_p}{R_{id}} + \frac{v_p + Av_p}{R_f} = \left[ \frac{1}{R_{id}} + \frac{(1+A)}{R_f} \right] v_p$$

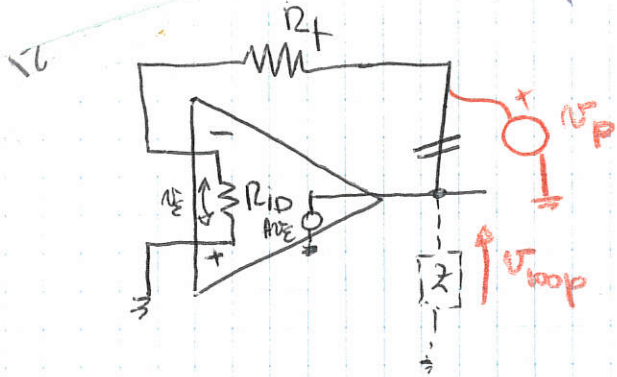
$$\Downarrow \boxed{R_{in} = R_{id} \parallel \frac{R_f}{(1+A)} = \frac{R_{id} \cdot R_f / (1+A)}{R_{id} + \frac{R_f}{(1+A)}} = \frac{R_{id} R_f \frac{(R_{id} + R_f)}{(R_{id} + R_f)}}{R_{id}(1+A) + R_f} = \frac{R_{id} \parallel R_f}{\frac{R_f + R_{id}(1+A)}{R_f + R_{id}}} = \frac{R_{id} \parallel R_f}{1 + \frac{R_{id} A}{R_f + R_{id}}}}$$

Ma chi sono i termini che entrano nell'espressione di  $R_{in}$ :

- $R_{id} \parallel R_f$  è la resistenza che vediamo al morsetto invertente quando viene spento la retroazione

Calcoliamo il guadagno d'anello di questa configurazione: è solito aprirlo sull'uscita dell'operazionale





$$V_{loop} = A V_E$$

$$V_E = - \frac{R_{iD}}{R_f + R_{iD}} V_p$$

$$\Downarrow$$

$$G_{loop} = \frac{V_{loop}}{V_p} = - A \frac{R_{iD}}{R_f + R_{iD}}$$

↳ il termine al denominatore è il fattore  $(1 - G_{loop})$ .

Questo non è un caso, da retroazione tende a fissare la tensione del nodo invertente (modo di terra virtuale) e quindi ad abbassare la resistenza di ingresso rispetto a quella vista in assenza della retroazione:

In generale:

$$R_{iN} = \frac{R_{iN}^0}{1 - G_{loop}}$$

se la resistenza ideale vista era  $\infty$

oppure  $R_{iN} = R_{iN}^0 (1 - G_{loop})$

se la resistenza ideale vista era  $\infty$

da retroazione tende a fissare la tensione dei nodi dell'anello

↳ la resistenza vista è ridotta di un fattore  $(1 - G_{loop})$

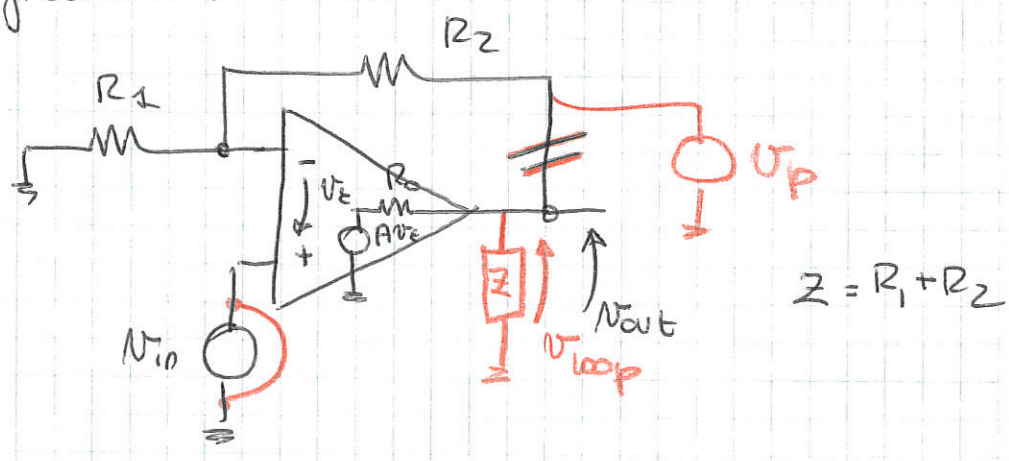
da retroazione tende a stabilizzare la corrente nei rami

dell'anello  $\Rightarrow$  la resistenza vista è aumentata del fattore  $(1 - G_{loop})$

\* RESISTENZA DI USCITA DIVERSA DA ZERO

Nella realtà anche la resistenza di uscita dell'operazionale non è esattamente nulla, ma ha un valore diverso da zero.

Vediamo quali conseguenze comporta nel caso dell'amplificatore invertente:

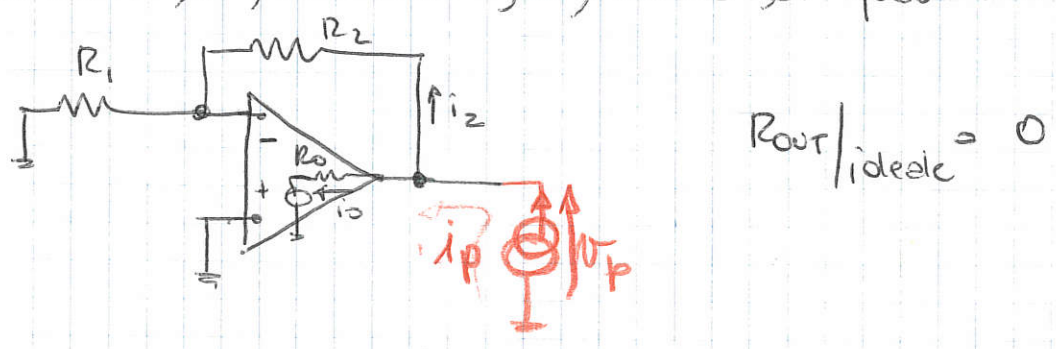


Il guadagno ideale non è modificato:  $G_{id} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$

Calcoliamo il guadagno d'anello:

$$G_{loop} = \frac{V_{loop}}{V_p} = - \frac{A_{vE}}{R_1 + R_2} \cdot \underbrace{\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_o}}_{\text{termine dovuto alla } R_o \text{ non nulla}}$$

Calcoliamo la resistenza di uscita di questo stadio



$$i_p = i_o + i_2 \quad i_o = \frac{V_p - A V_E}{R_o} \quad V_E = - \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_p$$

$$i_2 = \frac{V_p}{R_1 + R_2}$$



$$R_{out} = \frac{V_p}{I_p} = \frac{\frac{A V_p}{R_1 + R_2} + \frac{V_p}{R_0} (1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_2})}{1} = (R_1 + R_2) \parallel \frac{R_0}{1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

che può essere riscritta nella forma:

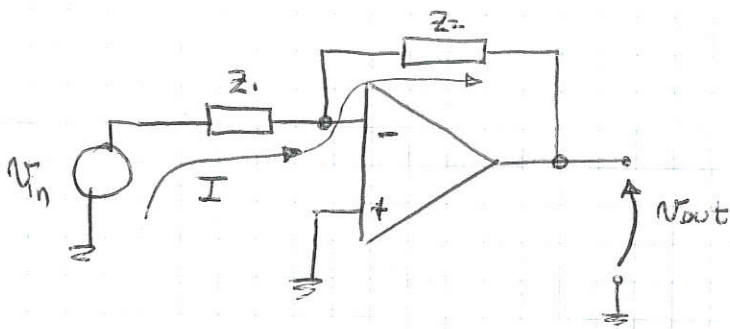
$$R_{out} = \frac{R_{out}^{\circ} \leftarrow \text{resistenza di uscita a retroazione spenta}}{1 - G_{loop}}$$

$$R_{out}^{\circ} = R_0 \parallel (R_1 + R_2)$$

$$R_{out} = \frac{R_0 \parallel (R_1 + R_2)}{1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_0}}$$

da retroazione tende a stabilizzare la tensione di uscita, quindi l'impedenza di uscita viene ridotta  $\Rightarrow$  la resistenza di uscita giù base dell'operazionale è ulteriormente abbassata.

\* CONFIGURAZIONE INVERTENTE CON IMPEDENZE GENERALIZZATE  $Z_1$  E  $Z_2$



Il morsetto invertente è sempre un modo di Testa virtuale, come nel caso della configurazione invertente con due resistenze.

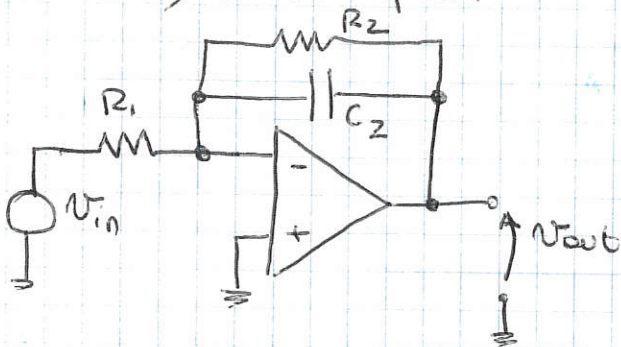
$$I(s) = \frac{V_{in}(s)}{Z_1(s)}$$

$$V_{out}(s) = -I(s) Z_2(s)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$$

Vediamo un esempio:



$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = \frac{R_2}{1 + sC_2R_2}$$

$$\hookrightarrow \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = - \frac{R_2/R_1}{1 + sC_2R_2}$$

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO

$$\Downarrow$$

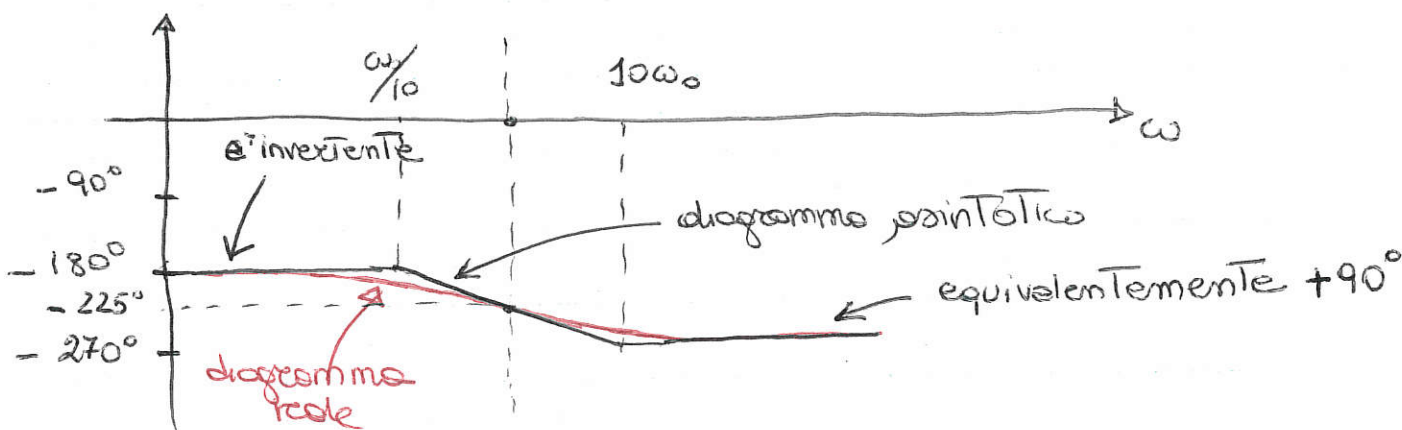
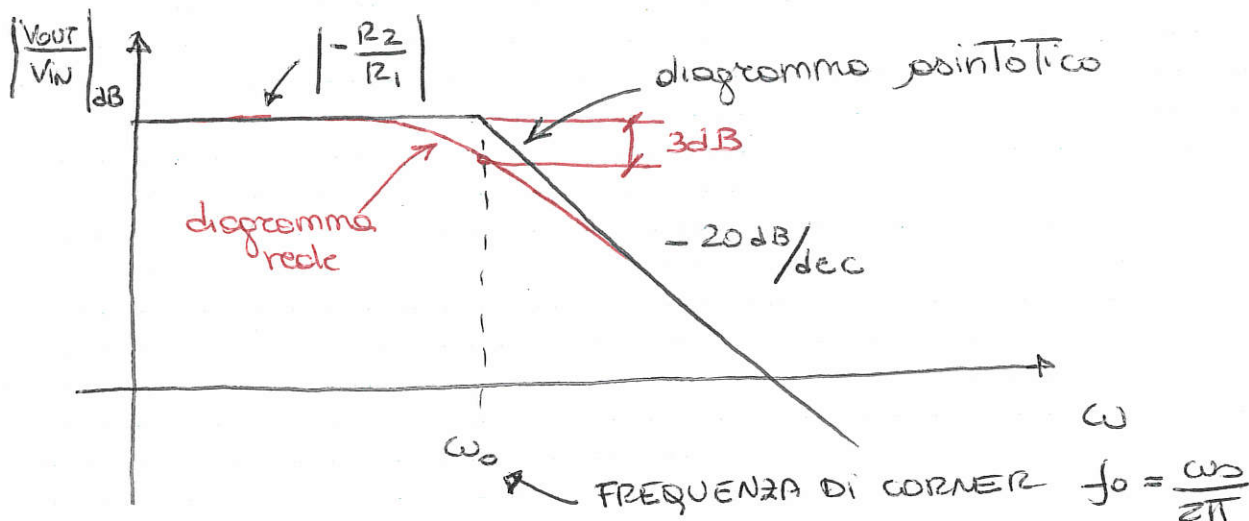
QUADAGNO IN CONTINUA:  $-\frac{R_2}{R_1}$

PULSAZIONE DEL "POLO":  $\omega_0 = \frac{1}{R_2 C_2}$

Tracciamo il diagramma di Bode del modulo e della



use della funzione di trasferimento (in generale un numero complesso!)



$$\frac{V_{out}}{V_{in}}(j\omega) = \frac{-R_2/R_1}{1+j\omega R_2 C_2} \cdot \frac{1-j\omega R_2 C_2}{1-j\omega R_2 C_2} = \frac{-R_2/R_1 (1-j\omega R_2 C_2)}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}$$

$$\frac{R_2}{R_1} \frac{\sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}}{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}$$

MODULO:  $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}}(j\omega) \right| = \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}}$

FASE:  $\angle \left( \frac{V_{out}}{V_{in}}(j\omega) \right) = \arg \left[ \left( -\frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{1 + j\omega R_2 C_2} \right] =$

$$= -180^\circ + \arg(-\omega R_2 C_2)$$

$20 \log \frac{R_2/R_1}{\sqrt{1 + \omega^2 R_2^2 C_2^2}}$

$\omega \ll \omega_0$   $20 \log \left( \frac{R_2}{R_1} \right)$  DIAGRAMMA PIATTO

$\omega \gg \omega_0$   $20 \log \left[ \frac{R_2/R_1}{\omega R_2 C_2} \right] = 20 \log \left( \frac{R_2}{R_1} \right) - 20 \log(\omega R_2 C_2)$

RETTA CON PENDENZA  $-20dB/dec$

$$-180^\circ + 2 \operatorname{arTg}(-\omega R_2 C_2) = \begin{cases} -180^\circ & \omega \ll \omega_0 \\ -180^\circ - 45^\circ = -225^\circ & \omega = \omega_0 \\ -180^\circ - 90^\circ = -270^\circ & \omega \gg \omega_0 \end{cases}$$



FILTRO PASSA-BASSO: per segnali di frequenza minore di  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$  il segnale di uscita è la replica semplificata e invertita del segnale di ingresso - Per frequenze maggiori di  $f_0$  il guadagno diminuisce con pendenza di 20 dB/dec.

Potremmo ricavare la funzione di trasferimento del circuito anche per ispezione:

- in continua  $C_2$  è un circuito aperto:

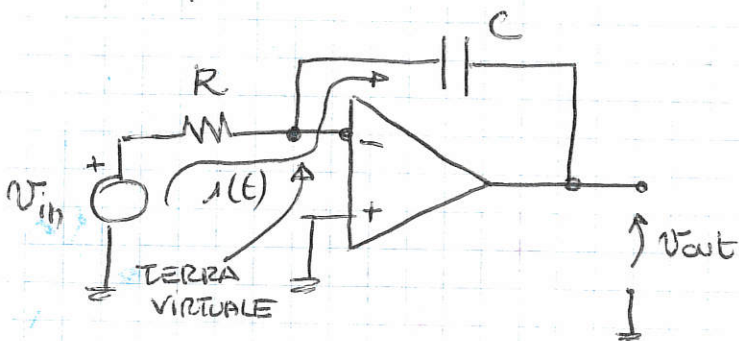
$$G_0 = \left. \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f=0} = -\frac{R_2}{R_1}$$

- un solo condensatore  $\Rightarrow$  un solo polo

$\hookrightarrow$  costante di tempo:  $\tau = C_2 R_2$  (c'è la Terra virtuale!)

$$\Downarrow \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\left. \frac{V_{out}}{V_{in}} \right|_{f=0}}{1 + s\tau} = \frac{-R_2/R_1}{1 + sC_2 R_2}$$

## \* INTEGRATORE DI MILLER



$i(t) = \frac{V_{in}(t)}{R}$  fluisce attraverso il condensatore C, accumulando una carica  $Q(t)$  sulle sue armature.

$$Q(t) = \int_0^t i(\tau) d\tau$$



$$v_c(t) = V_c + \frac{Q(t)}{C} = V_c + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = \frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}(\tau) d\tau + V_c$$

Tensione ai capi del condensatore all'istante  $t=0$

$$v_{out}(t) = -v_c(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}(\tau) d\tau - V_c$$

Quindi la Tensione di uscita è proporzionale all'integrale nel tempo del segnale di ingresso con condizione iniziale  $V_c$  e COSTANTE DI TEMPO DI INTEGRAZIONE  $RC$ .

↳ il circuito prende il nome di integratore poiché realizza l'operazione matematica di integrazione.

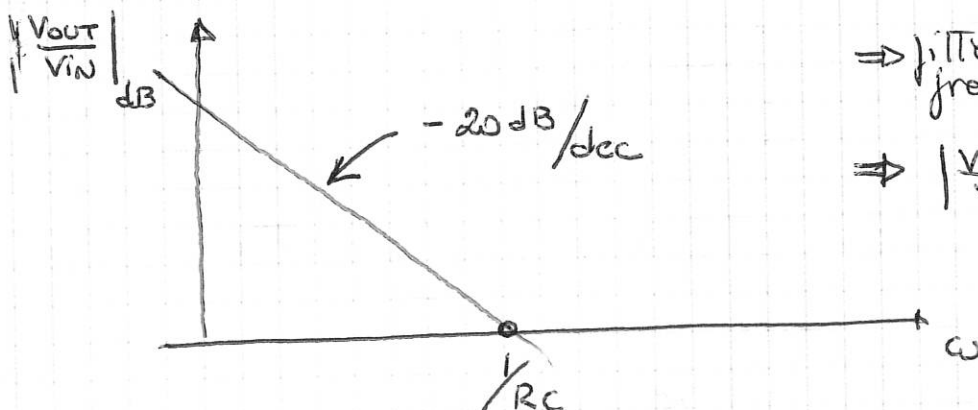
da proposto per l'integratore può essere anche analizzato nel dominio della frequenza:

$$Z_1(s) = R \quad Z_2(s) = -\frac{1}{sC}$$

$$\hookrightarrow \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -\frac{1}{sCR}$$

Per le frequenze fisiche  $s = j\omega \Rightarrow \frac{V_{out}}{V_{in}}(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC}$

↳ MODULO  $\left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{1}{\omega RC}$       FASE  $\phi = +90^\circ$



⇒ filtro passa basso con frequenze di corner zero

$$\Rightarrow \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| \rightarrow \infty \quad f \rightarrow 0$$

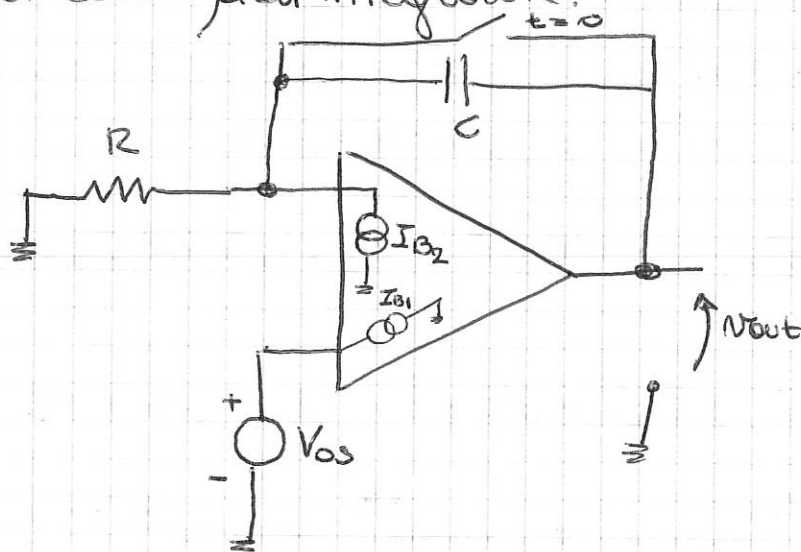
← FREQUENZA DI INTEGRAZIONE



In continua il circuito è ad anello aperto poiché la rete di retroazione è costituita esclusivamente da un condensatore.

↳ in teoria ogni piccolissima componente continua del segnale di ingresso provocherebbe un segnale di uscita infinito; in realtà quello che accade è che l'uscita tende a saturare in prossimità dell'alimentazione positiva o negativa dell'operazionale.

Consideriamo l'effetto delle non-idealità dell'opamp nel caso dell'integratore.



d'interruttore viene aperto all'istante  $t=0$ .

Quando l'interruttore è chiuso il circuito è un buffer  $\Rightarrow$

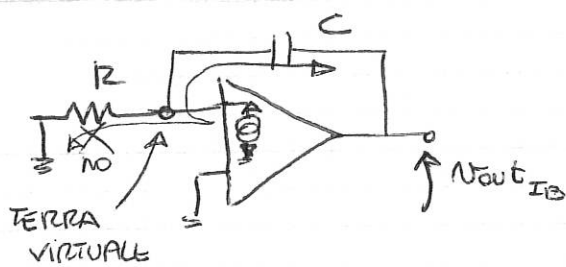
$$v_{out} = V_{os}$$

Quando l'interruttore si apre ( $t=0$ ) il circuito comincia a integrare sia la tensione di offset che la corrente di bias. Possiamo calcolare il contributo in uscita con il principio di sovrapposizione degli effetti

$$\bullet V_{os} \Rightarrow v_{o, V_{os}}(t) = V_{os} + v_{\frac{I_B}{C}} = V_{os} + \frac{\int_0^t I_B dt}{C} = V_{os} + \frac{V_{os}}{RC} t$$



$I_B \Rightarrow$



$$V_{out I_B}(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{\int_0^t I_B dz}{C} = \frac{I_B}{C} t$$

$\Downarrow$

$$V_{out}(t) = V_{os} + \frac{V_{os}}{RC} t + \frac{I_B}{C} t \quad t \geq 0$$

(trascurando l'offset delle correnti di bias)

↳ la Tensione di uscita è una rampa a pendenza costante dipendente dal valore di  $I_B$  e  $V_{os}$ .  
 La Tensione di uscita in un certo tempo saturerà ad una delle due Tensioni di alimentazione

Ad esempio  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 100 \text{ pF}$ ;  $V_{os} = 1.5 \text{ mV}$ ;  $I_B = 100 \text{ nA}$

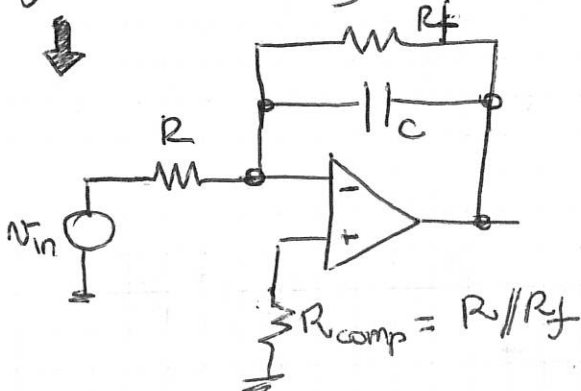
$$V_A^+ = |V_A^-| = 10 \text{ V}$$

↳ l'uscita satura all'alimentazione dopo un tempo

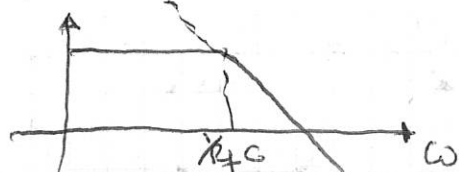
$$t^* = \frac{V_A^+ - V_{os}}{\frac{V_{os}}{RC} + \frac{I_B}{C}} \approx \frac{V_A^+}{\frac{V_{os}}{RC} + \frac{I_B}{C}} = 8.7 \text{ ms}$$

$\Downarrow$

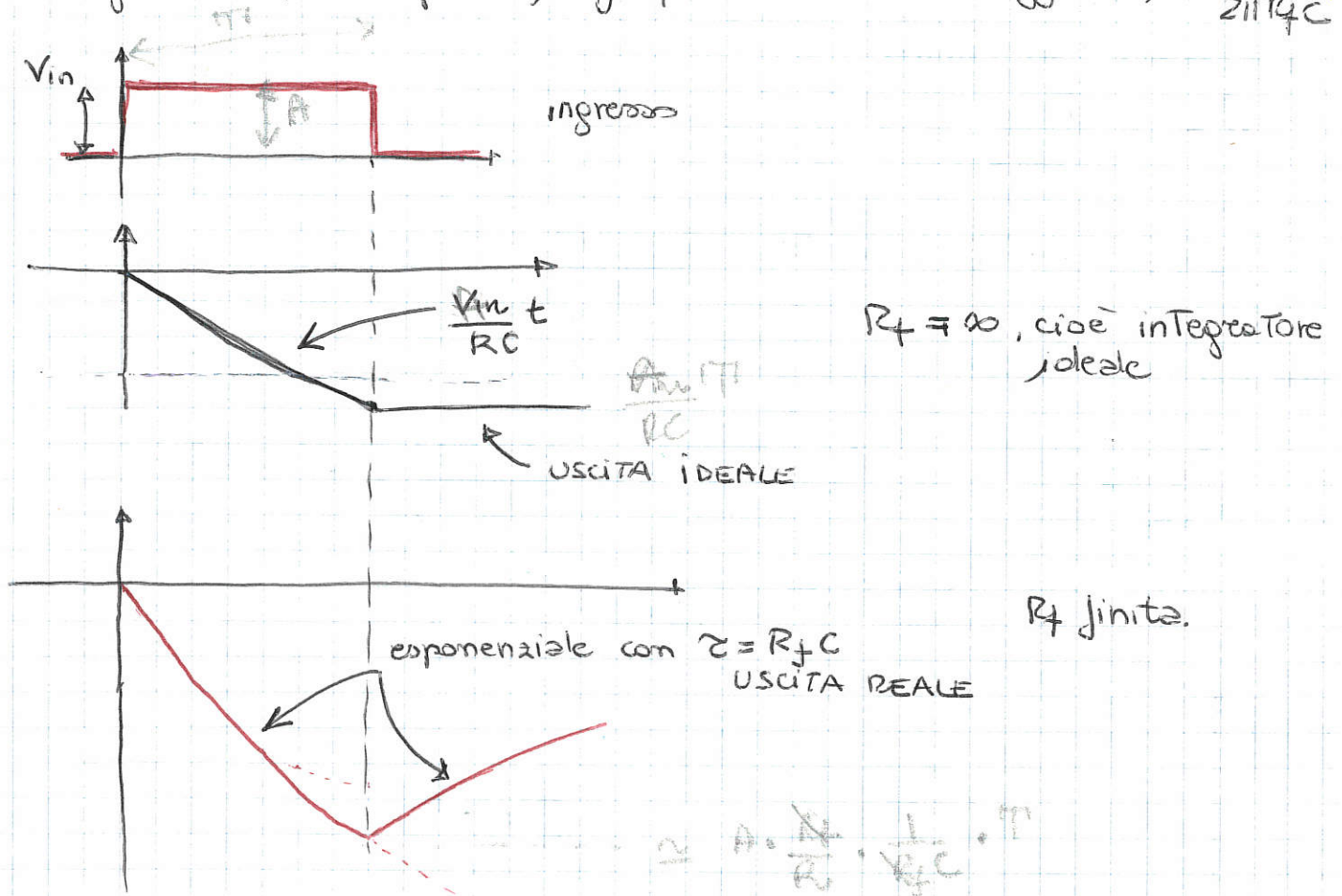
Se l'integratore è realizzato senza interruttore di reset non può funzionare poiché la Tensione di uscita satura ad una delle due Tensioni di alimentazione.



INTEGRATORE REALE  
 o INTEGRATORE APPROSSIMATO

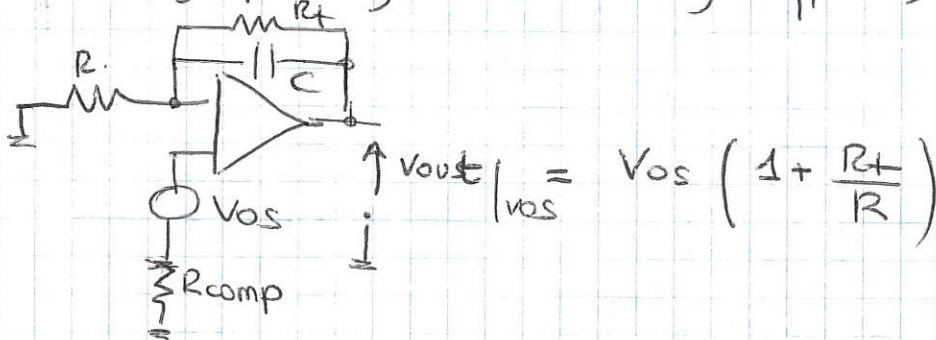


da resistenza  $R_f$  retroaziona il circuito anche in continua e dà luogo ad un guadagno in continua pari a  $-\frac{R_f}{R}$ .  
 Il circuito si comporta quindi come un filtro passa-basso con frequenza di corner pari a  $\frac{1}{R_f C} \Rightarrow$  si comporta come integratore per segnali a frequenze molto maggiore di  $\frac{1}{2\pi R_f C}$ .



↓  
 per avere un integratore approssimato il più ideale possibile vorrei avere  $R_f$  la più grande possibile

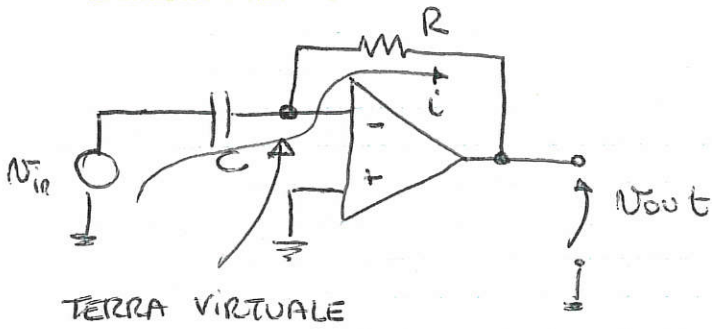
Calcoliamo l'effetto della tensione di offset in questo caso:



↓  
 esiste un compromesso nella scelta del valore di  $R_f$ .



# \* DERIVATORE



→ dominio del tempo

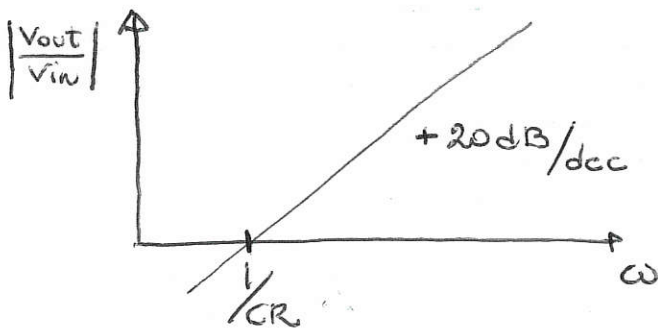
$$i = C \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

$$V_{out}(t) = -Ri = -RC \frac{dV_{in}(t)}{dt}$$

→ dominio della frequenza

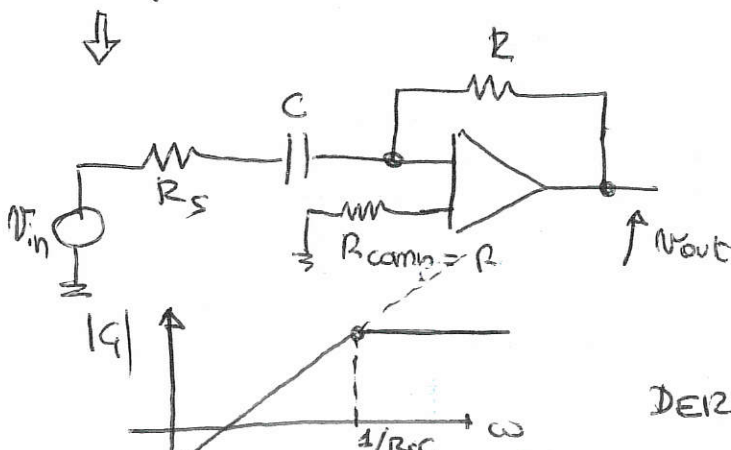
$$Z_1 = \frac{1}{sC} \quad Z_2 = R \quad \Rightarrow \quad \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = -sCR$$

$$s = j\omega \Rightarrow \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}} = -j\omega CR$$



$$\Phi = -90^\circ$$

Il circuito effettua la derivata del segnale di ingresso  $\Rightarrow$  il segnale di uscita presenterà una spike in corrispondenza di ogni brusca variazione dell'ingresso:  $\sqrt{\text{in}} \rightarrow \text{T out}$



$$\begin{aligned} \frac{V_{out}(s)}{V_{in}} &= \frac{-R}{R_s + \frac{1}{sC}} \\ &= \frac{-sCR}{1 + sCR_s} \end{aligned}$$

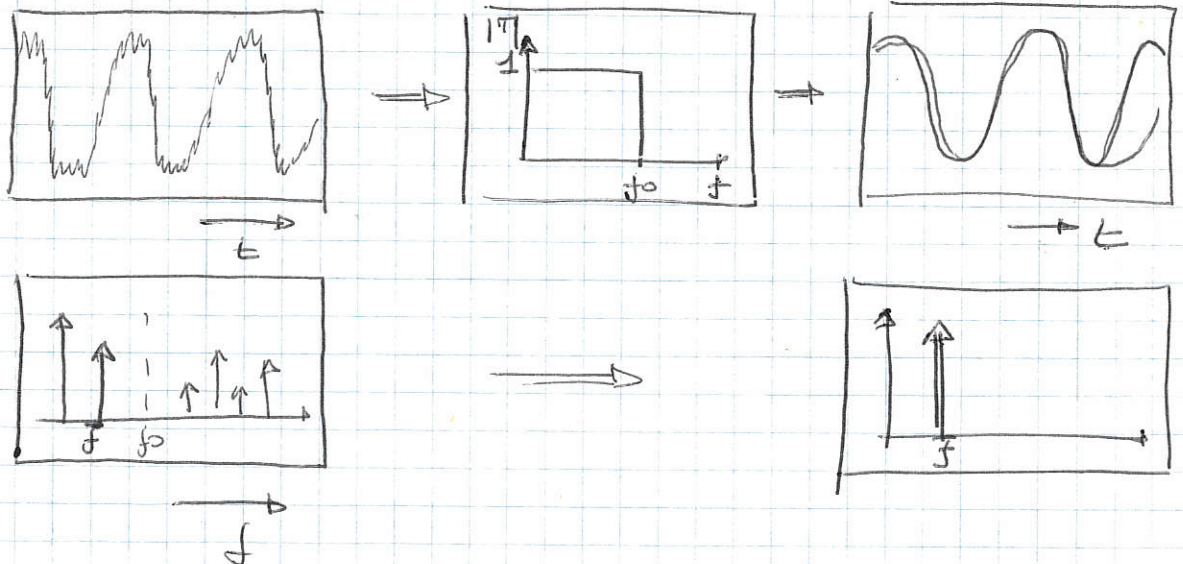
DERIVATORE APPROSSIMATO O REALE

# FILTRI

## \* CLASSIFICAZIONE

Le filtri sono classificati in base alle loro risposte in frequenza:

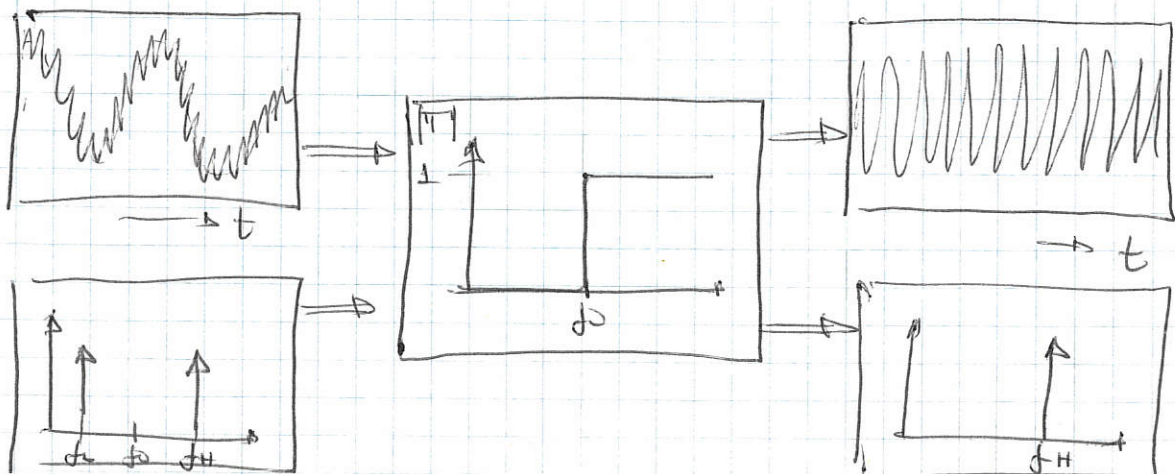
### o PASSA-BASSO



Le sinusoidi di frequenza  $< f_0$  non subiscono attenuazioni nel passare attraverso il filtro, mentre le sinusoidi di frequenza maggiore di  $f_0$  subiscono una attenuazione completa nell'attraversare il filtro.

↳ eliminando il rumore ad alta frequenza sovrapposto ad un segnale utile.

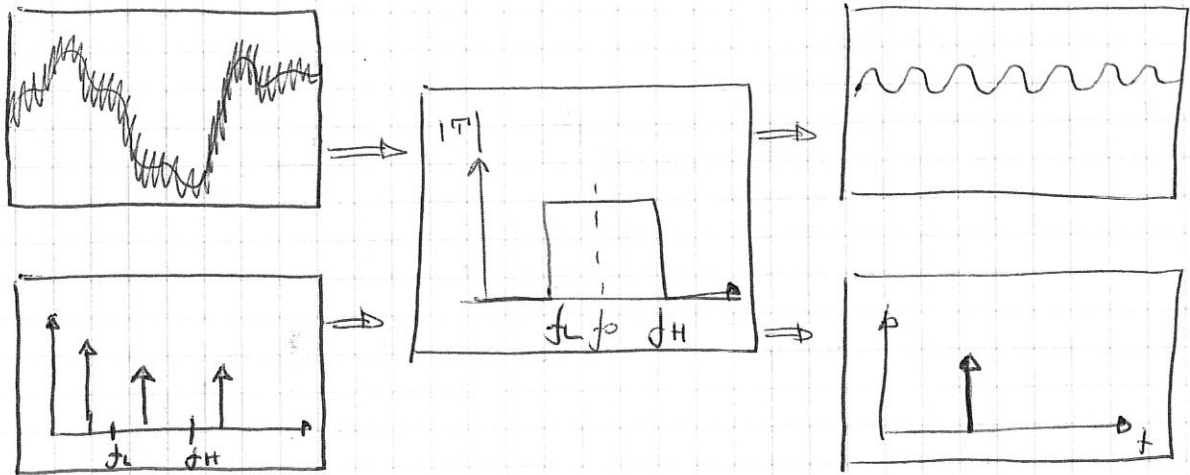
### o PASSA-ALTO





$\Downarrow$  le sinusoidi di frequenza superiore ad  $f_0$  attraversano il filtro inalterate, mentre quelle di frequenza minore di  $f_0$  sono completamente attenuate

• PASSA - BANDA



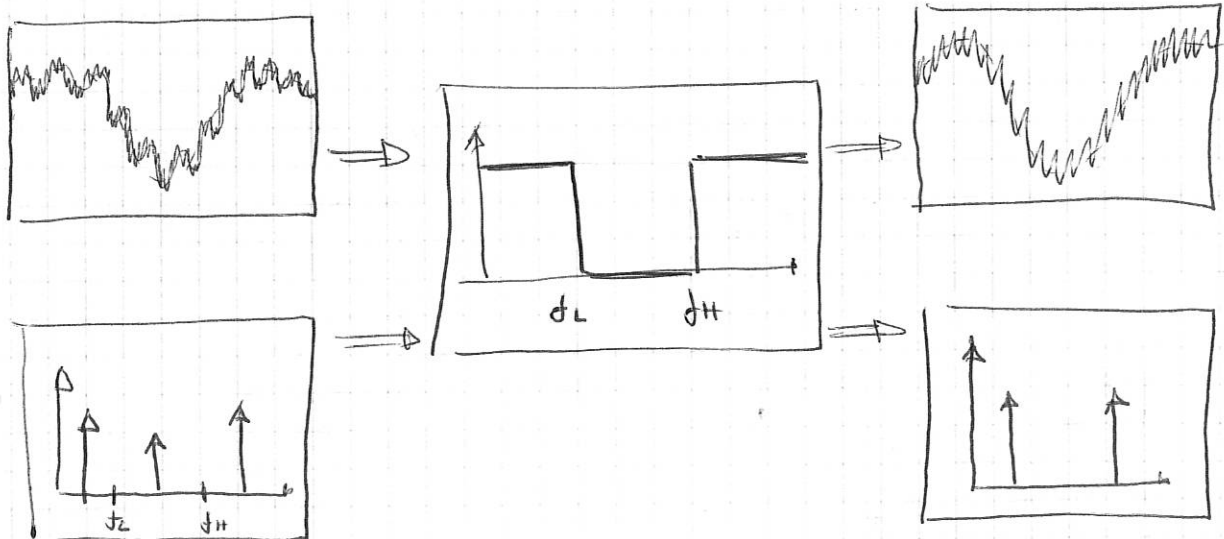
$\Downarrow$  le sinusoidi di frequenze comprese tra un valore minimo ed un valore massimo attraversano il filtro inalterate; le frequenze al di fuori delle bande sono attenuate

$f_H - f_L$  : LARGHEZZA DI BANDA

$f_0$  : FREQUENZA CENTRALE

(ad esempio filtro usato nel tuning delle stazioni radio)

• NOTCH (ARRESTA - BANDA)



↓ blocca le componenti in frequenza comprese nell'intervallo  $(f_L, f_H)$  e lascia passare tutte le altre

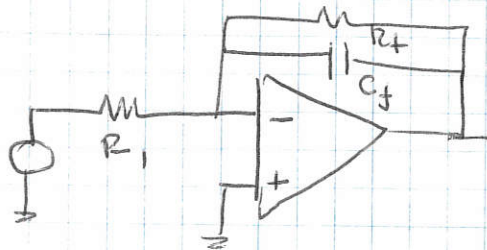
• PASSA-TUTTO

↳ risposta in frequenza costante in ampiezza ma con fase variabile con la frequenza.

Il filtri sono classificati secondo l'ordine che corrisponde al grado della funzione di trasferimento  $T(s)$ , cioè all'ordine dell'equazione differenziale che lega le grandezze di uscita e quelle di ingresso.

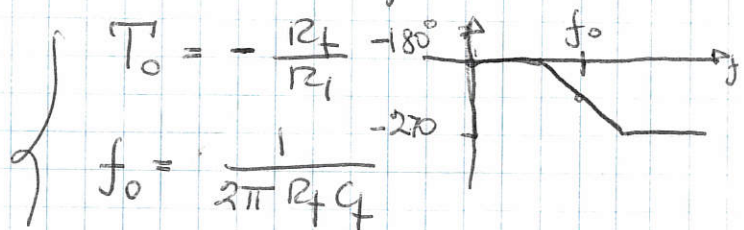
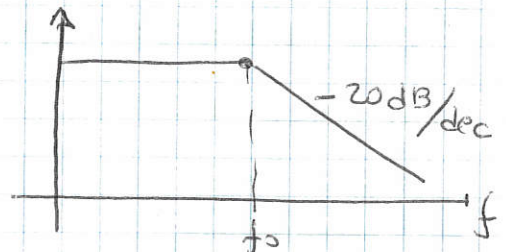
\* FILTRI DEL PRIMO ORDINE

• FILTRO PASSA-BASSO

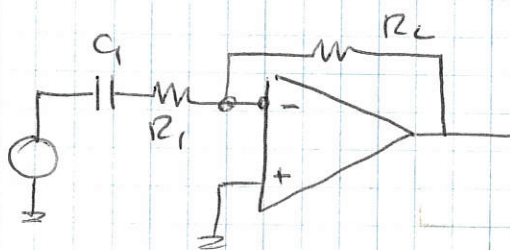


$$T(f) = T_0 \frac{1}{1 + j\omega \frac{R_f C_f}{\omega_0}}$$

$$= -\frac{R_f}{R_i} \frac{1}{1 + s R_f C_f}$$

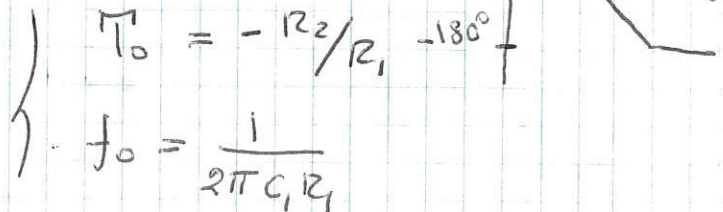
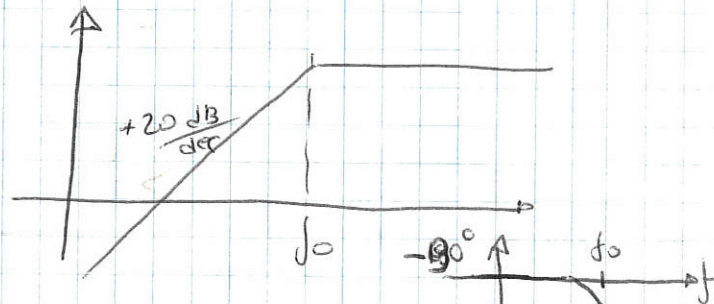


• FILTRO PASSA-ALTO



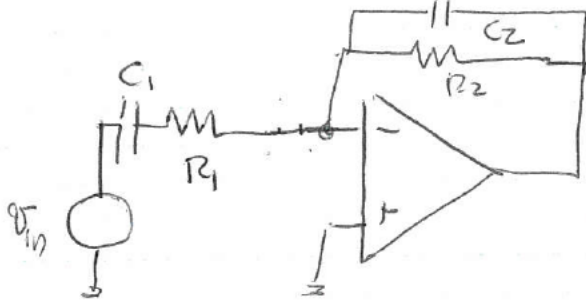
$$T(f) = T_0 \frac{j\omega / \omega_0}{1 + j\omega / \omega_0}$$

$$= -\frac{R_L}{R_i + \frac{1}{sC_i}} = -\frac{sC_i R_L}{1 + sC_i R_i}$$

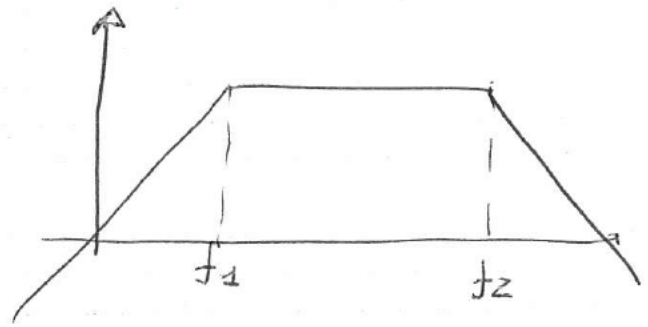




• FILTRO PASSA - BANDA



$$-\frac{\frac{R_2}{1+sC_2R_2}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}} = -\frac{sC_1R_2}{(1+sC_2R_2)(1+sC_1R_1)}$$

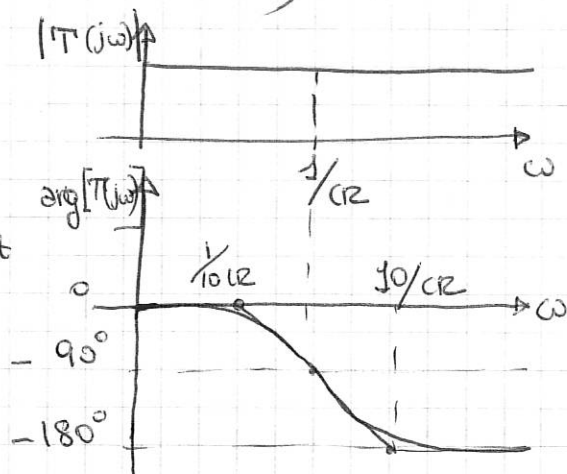
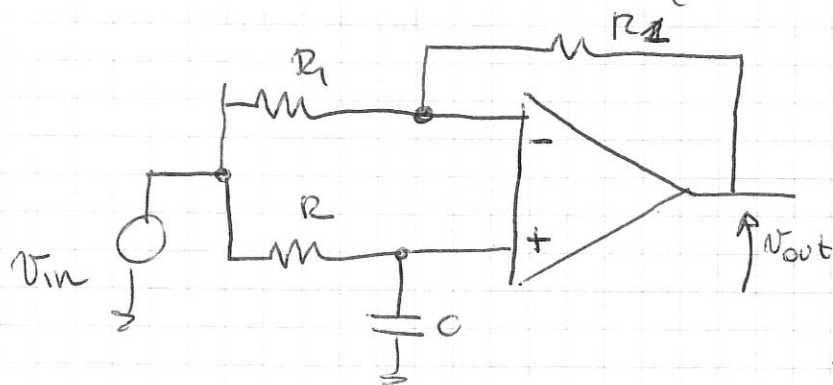


$$T(s) = T_0 \frac{j\omega/\omega_0}{(1 + j\omega/\omega_1)(1 + j\omega/\omega_2)}$$

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= -R_2/R_1 \\ \omega_1 &= \frac{1}{2\pi C_1 R_1} \\ \omega_2 &= \frac{1}{2\pi C_2 R_2} \end{aligned} \right\}$$

↓ ad esempio filtri audio 20 Hz - 20 kHz

• FILTRO PASSA-TUTTO (PHASE SHIFTER)



$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1/sC}{R + 1/sC} \left( 1 + \frac{R_1}{R_1} \right) - \frac{R_1}{R_1} =$$

$$= 2 \frac{1}{1 + sCR} - 1 = \frac{2 - 1 - sCR}{1 + sCR} = \frac{1 - sCR}{1 + sCR}$$

⇓

$$\bullet \quad |T_{pass}| = \left| \frac{1 - jsCR}{1 + jsCR} \right| = \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} = 1$$

• fase:  $T(s)$  ha un polo con parte reale negativa e coincidente uno zero con parte reale positiva

⇒ polo con parte reale negativa asintoticamente  $-90^\circ$   
 ⇒ zero con parte reale positiva asintoticamente  $-90^\circ$

$$\arg(T(j\omega)) = \arg(-\omega CR) - \arg(\omega CR) \neq$$



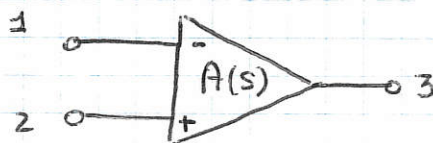
memoria

# \* RISPOSTA IN FREQUENZA E LARGHEZZA DI BANDA DELL'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

Abbiamo fino a qui assunto che il guadagno di un amplificatore operazionale sia indipendente dalla frequenza. Questo nella realtà non è vero: il guadagno risulta finito e diminuisce all'aumentare della frequenza.

La maggior parte degli amplificatori operazionali è progettato in modo da presentare un elevato guadagno a bassa frequenza e una risposta in frequenza a singolo polo.

$$A(s) = \frac{A_0}{1+s\tau} = \frac{A_0 \omega_B}{s + \omega_B}$$

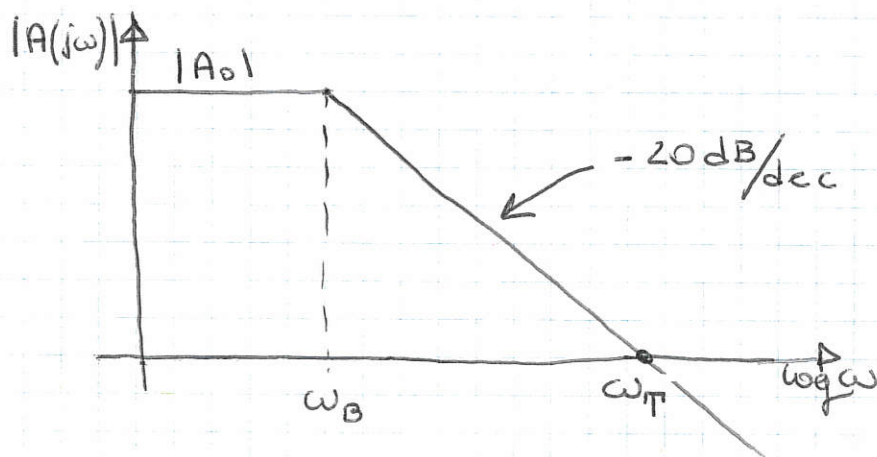


Per le frequenze fisiche  $s = j\omega$

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_B}} ; |A(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_B^2}}}$$

$A_0$  = guadagno in continua dell'op amp

$\omega_B$  = pulsazione  $\omega$  - 3dB (larghezza di banda ad anello aperto)



Per  $\omega \gg \omega_B$   $|A(j\omega)| = \frac{A_0 \omega_B}{\omega} = \frac{\omega_{\pi}}{\omega}$

$\omega_{\pi}$  = PULSAZIONE DI GUADAGNO UNITARIO e rappresenta  $\omega_0$

pulsazione a cui il modulo del guadagno <sup>dell'operazionale</sup> è pari a 1 (0dB)

$$|A(j\omega)|_{\omega = \omega_T} \quad \text{oppure} \quad |A(j\omega)|_{f = f_T}$$

↓ il prodotto del modulo del guadagno di tensione e della frequenza assume un valore costante pari alla pulsazione di guadagno unitario

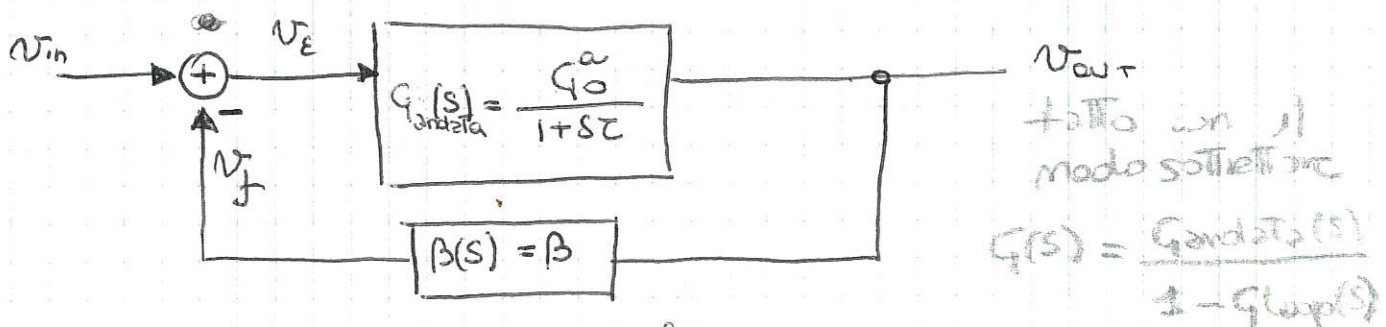


$f_T$  prende il nome di PRODOTTO GUADAGNO-LARGHEZZA DI BANDA (GAIN BANDWIDTH PRODUCT) ed è fornito dai datasheet dell'operazionale.

Questo comportamento è tipico degli amplificatori a singolo polo e tale polo è detto POLO DOMINANTE poiché regola ("domina") la risposta in frequenza dell'operazionale.

### \* EFFETTO DELLA RETROAZIONE SULLA BANDA

Analizziamo l'effetto della retroazione sulla banda in un sistema reazionato a singolo polo schematizzato nel seguente schema a blocchi:



$$G(s) = \frac{G_{ol}(s)}{1 + G_{ol}(s)\beta(s)} = \frac{\frac{G_0}{1 + s\tau}}{1 + \frac{G_0\beta}{1 + s\tau}} =$$





$$G(j\omega) = \frac{G_{andata}(j\omega)}{1 - G_{loop}(j\omega)}$$

$$20 \log |G_{andata}(j\omega)| - 20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |1 - G_{loop}(j\omega)|$$

↓  
 la distanza tra la curva di  $G_{andata}(j\omega)$  e quella di  $G(j\omega)$  rappresenta l'entità della retroazione.

$$G_{loop} = G_{andata} / G_{id}$$

$$\rightarrow 20 \log \left| \frac{1}{\beta} \right| = 20 \log |G_{andata}(j\omega)| - 20 \log |G_{loop}(j\omega)|$$

$$\Downarrow \quad \underline{\text{m.o.b.}} \quad G_{andata}(j\omega) = -G_{loop} \cdot G_{id}$$

$$\bullet \quad \omega \ll \frac{1 - G_{loop}}{z} \Rightarrow |G_{loop}(j\omega)| \gg 1$$

$$G_{reale}(j\omega) \approx -\frac{1}{\beta} = G_{id}$$

- aumentando la frequenza diminuisce  $|G_{loop}(j\omega)|$  e  $G(j\omega)$  si scosta sempre più dal guadagno ideale da frequenza  $\omega$  cui  $G_{andata}(j\omega)$  attraversa la retta  $|1/\beta|$  è la frequenza  $\omega$  cui  $|G_{loop}(j\omega)| = 1$
- $\omega \rightarrow \infty$   $G(j\omega)$  tende a coincidere con  $G_{andata}(j\omega)$  e  $|G_{loop}(j\omega)| \rightarrow 0$ , il circuito cessa di essere retroazionato.

↓

→ un aumento di  $G_{loop}(0)$  comporta un aumento della frequenza del polo del circuito retroazionato, fissato  $G_{andata}(j\omega)$

→ solo in un certo intervallo di frequenze, in cui  $|G_{loop}(j\omega)| \gg 1$ , il circuito è ben retroazionato ed il trasferimento del sistema non è influenzato dal blocco di polo, ma dipende dai poli elementari che realizzano il blocco di retroazione.

Poiché l'anello dispone di un solo polo, lo sfasamento che il segnale subisce nel percorrerlo è al massimo:



$$180^\circ + 90^\circ$$



spostamento introdotto dal polo a frequenze molto maggiori del polo stesso.

dovuti all'inversione necessaria per avere retroazione negativa



il segnale di uscita non può mai ritornare in ingresso al modo sommatore in fase con il segnale di ingresso in modo tale da sommarsi ad esso e dare luogo a retroazione positiva

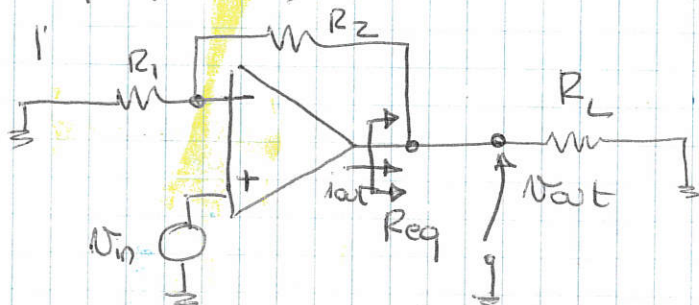


il sistema è incondizionatamente stabile: il fatto che il guadagno d'anello Taglia l'asse a 0 dB con una pendenza massima di 20 dB/dec assicura che lo spostamento addizionale massimo è di  $90^\circ$  e quindi la stabilità del circuito.

## \* LIMITE DELLA CORRENTE DI USCITA

Gli amplificatori operazionali contengono circuiti che limitano la massima corrente di uscita per limitare la dissipazione di potenza e per proteggere l'amplificatore nel caso possano verificarsi cortocircuiti.

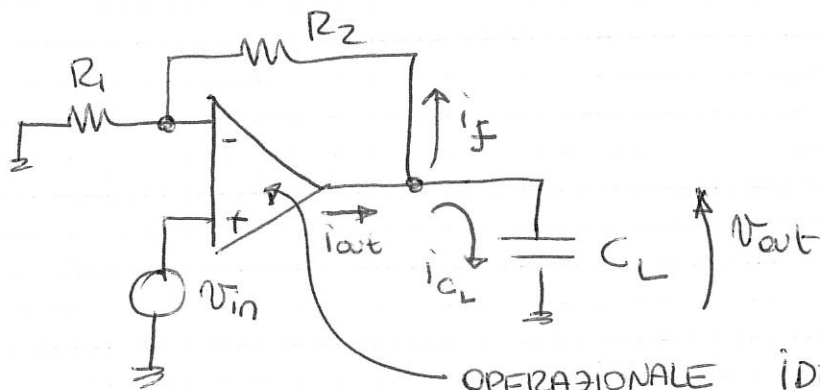
La specifica relativa al valore massimo della corrente di uscita è solitamente fornita tramite il minimo valore di resistenza di uscita che può essere pilotato dall'amplificatore per una determinata escursione dell'uscita.



$$\Downarrow |i_{out}|_{max} = \frac{\Delta V_{out}}{R_{min}}$$

$\Downarrow R_{eq} = (R_1 + R_2) \parallel R_L \geq R_{min}$  perché l'operazionale possa funzionare correttamente.

Che cosa succede se in uscita è connessa una capacità di carico  $C_L$ ?



OPERAZIONALE IDEALE, ma con corrente di uscita limitata

da corrente richiesta per caricare la capacità è pari a

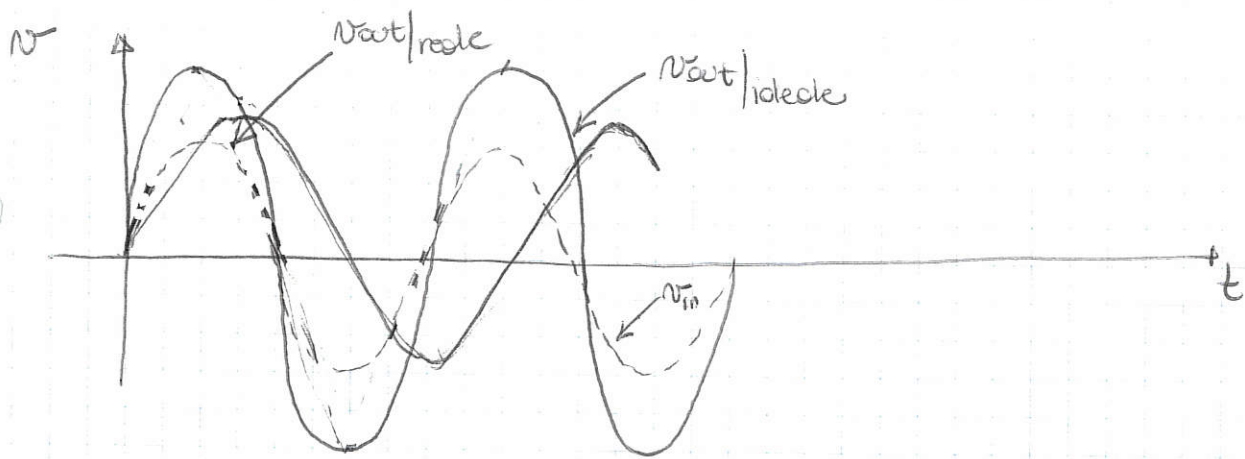
$$i_{c_L} = C_L \frac{dV_{out}}{dt}$$

$\Downarrow$  Se il segnale in ingresso varia troppo rapidamente nel tempo  $i_{c_L}$  può essere maggiore della corrente che l'operazionale può erogare in uscita per caricare la capacità

$$i_{c_L}|_{max} = |i_{out}|_{max} - i_f = |i_{out}|_{max} - \frac{V_{out}}{R_2 + R_1}$$

$\Downarrow$  la capacità viene caricata a corrente costante e conseguentemente l'uscita invece di essere una replica semplificata della tensione in ingresso vera propria:





## \* FUNZIONAMENTO AD AMPI SEGNALI, SLEW RATE

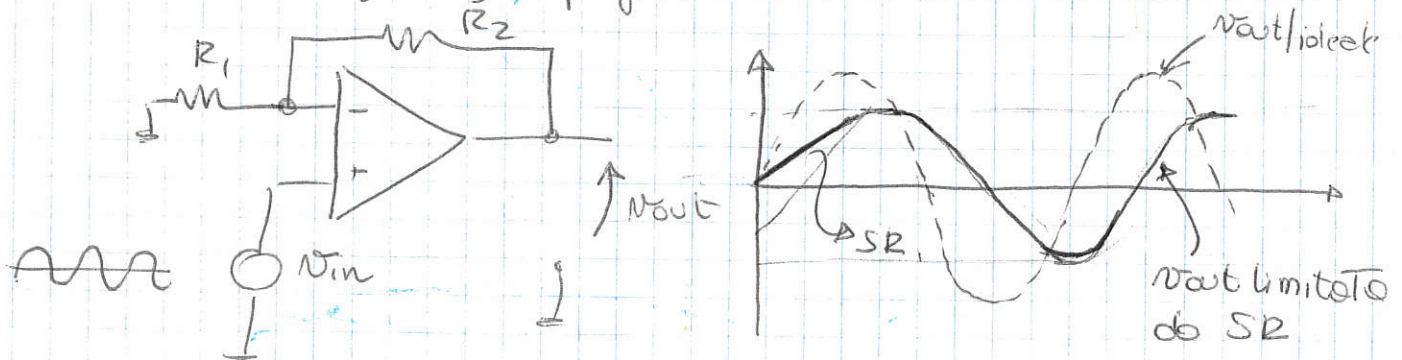
I nodi interni di un amplificatore presentano rispetto a massa una capacità equivalente ed è disponibile solo un valore finito di corrente per caricare tali capacità.

↳ esiste un valore massimo della velocità con cui può variare la tensione  $T_{eo}$  i nodi e la massa.

Si definisce SLEW RATE dell'operazionale la velocità massima di variazione della tensione di uscita dell'amplificatore operazionale in condizioni di funzionamento ad ampi segnali.

Tipici valori di SR sono  $0.1 \text{ V}/\mu\text{s} \leq \text{SR} \leq 10 \text{ V}/\mu\text{s}$

Consideriamo un amplificatore non invertente



↓  
Lo slew rate limitando la massima pendenza del segnale di uscita limita il valore massimo del segnale applicabile in ingresso che può essere amplificato senza distorsione.

$$V_{out} = V_m \sin \omega t$$

⇓

$$\left. \frac{dV_{out}}{dt} \right|_{\max} = V_m \omega \cos \omega t \Big|_{\max} = V_m \omega$$

⇓

$$V_m \omega \leq SR \quad \text{per evitare distorsioni}$$

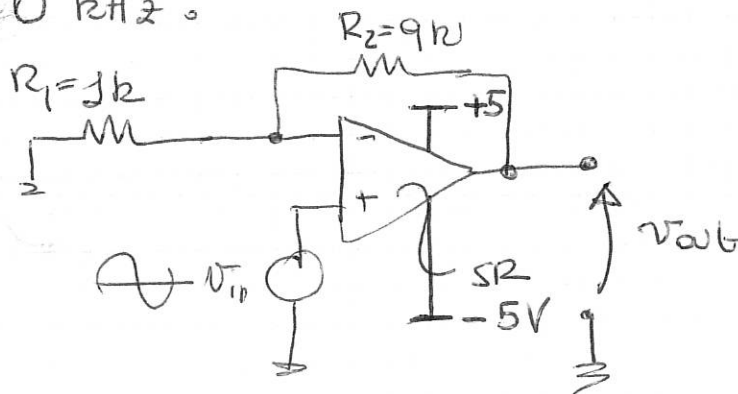
$$\hookrightarrow \text{fissate la frequenza } \omega = \frac{2\pi f}{1} \Rightarrow V_m \leq \frac{SR}{2\pi f}$$

Detta  $V_{FS}$  la massima escursione del segnale di uscita, si definisce **LARGHEZZA DI BANDA A PIENA POTENZA** la massima frequenza per cui è possibile ottenere un segnale di uscita di ampiezza pari a  $V_{FS}$ .

↓

$$f_{\max} \leq \frac{SR}{2\pi V_{FS}}$$

ESEMPIO slew rate di  $0.5 \text{ V}/\mu\text{s} \Rightarrow$  quale è il massimo segnale sinusoidale di ingresso che può essere amplificato senza distorsione alla frequenza di  $10 \text{ kHz}$ ?



$$\left. \frac{v_{out}}{v_{in}} \right|_{\text{ideale}} = \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = \left( 1 + \frac{9k}{1k} \right) = 10$$

$$V_{out}|_{\max} \leq \frac{SR}{2\pi f} = \frac{0.5 \text{ V}/\mu\text{s}}{2\pi \cdot 10 \text{ kHz}} = 7.95 \text{ V}$$

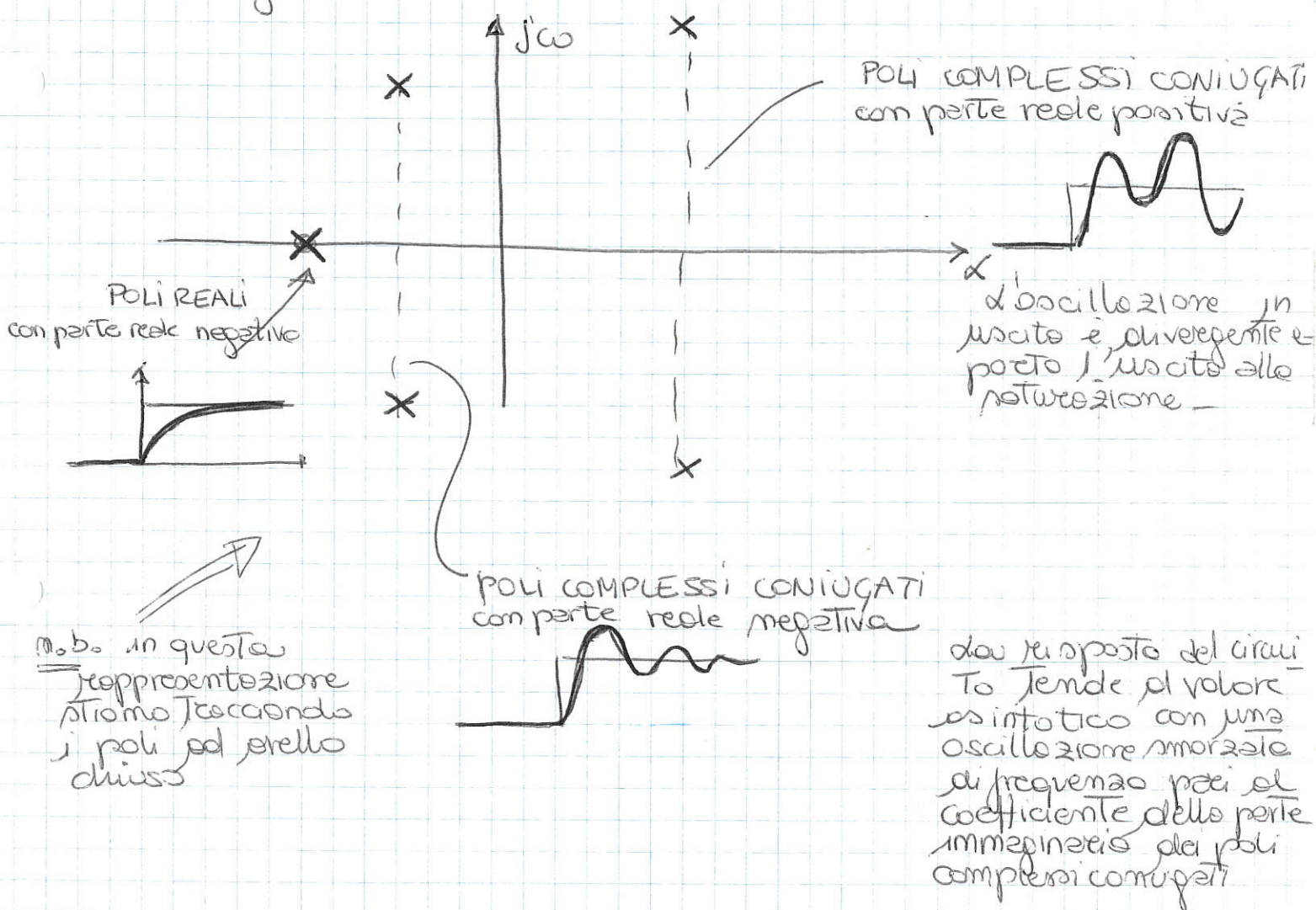


Ma l'operazionale è alimentato a  $\pm 5V \Rightarrow$  la massima ampiezza è limitata dalla tensione di uscita.

$A_f = 20 \text{ kHz}$ , invece,  $V_{out}|_{max} \leq 3.98 \text{ V} \Rightarrow V_{in}|_{max} \leq \frac{3.98}{10} = 398 \text{ mV}$

### \* STABILITÀ

Sappiamo che a seconda della posizione dei poli nel piano  $s$  la risposta di un circuito ad una sollecitazione a gradino cambia:



La stabilità di un sistema si può osservare anche guardando alla rappresentazione di Bode del guadagno di anello. Infatti se esiste una pulsazione  $\omega$  per cui il segnale, percorrendo completamente l'anello di retroazione subisce uno sfasamento di un multiplo intero di  $360^\circ$  allora il sistema è

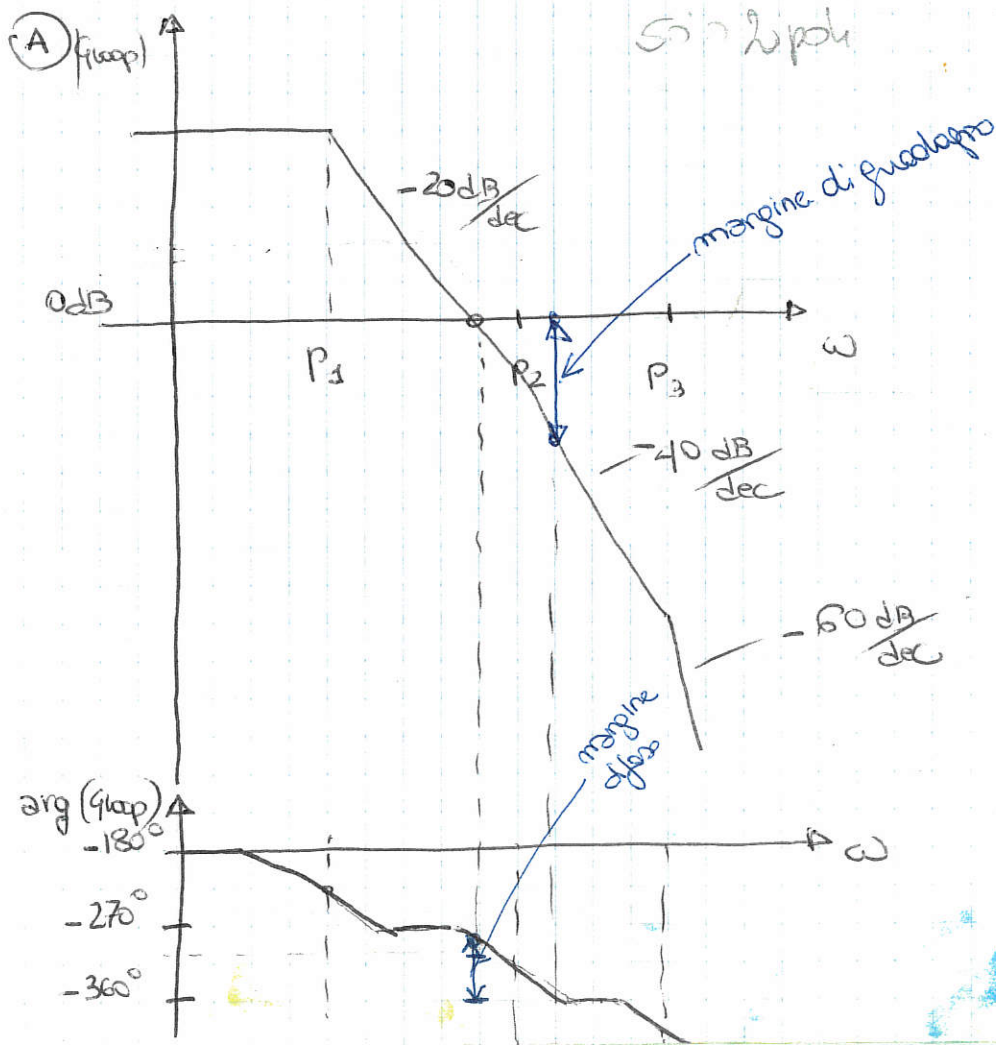


possibile di instabilità.

- Se in corrispondenza della pulsazione  $\omega$  il modulo del guadagno d'anello è unitario  $\Rightarrow$  è sostenuta una oscillazione stazionaria (continua la somma sempre la stessa quantità in ingresso). ( $\Rightarrow$  poli <sup>del sistema ad anello chiuso</sup> immaginari puri)
- Se  $|G_{loop}(j\omega)| < 1 \Rightarrow$  l'oscillazione non riesce a sostenersi e si smorza (somma quantità via via più piccole)  
 $\Rightarrow$  poli del sistema ad anello chiuso sono complessi coniugati nel semipiano sinistro
- Se  $|G_{loop}(j\omega)| > 1$ , l'oscillazione si alimenta e quindi il sistema è instabile, il uscita tenderà a saturare ad una delle alimentazioni  $\Rightarrow$  poli ad anello chiuso con parte reale positiva.

$\Downarrow$

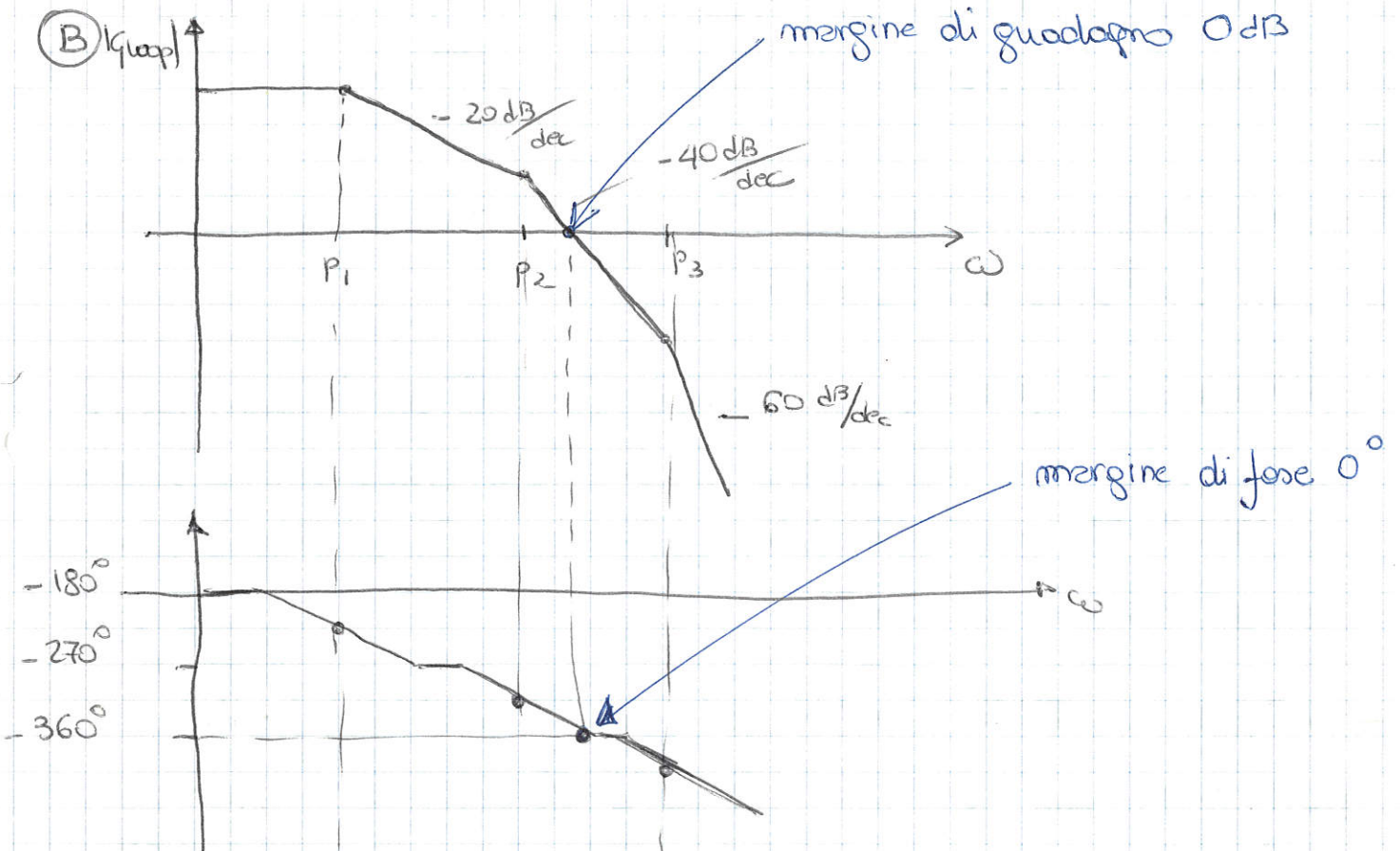
debbono analizzare congiuntamente, diagrammi di Bode del modulo e della fase di  $G_{loop}(s)$ :



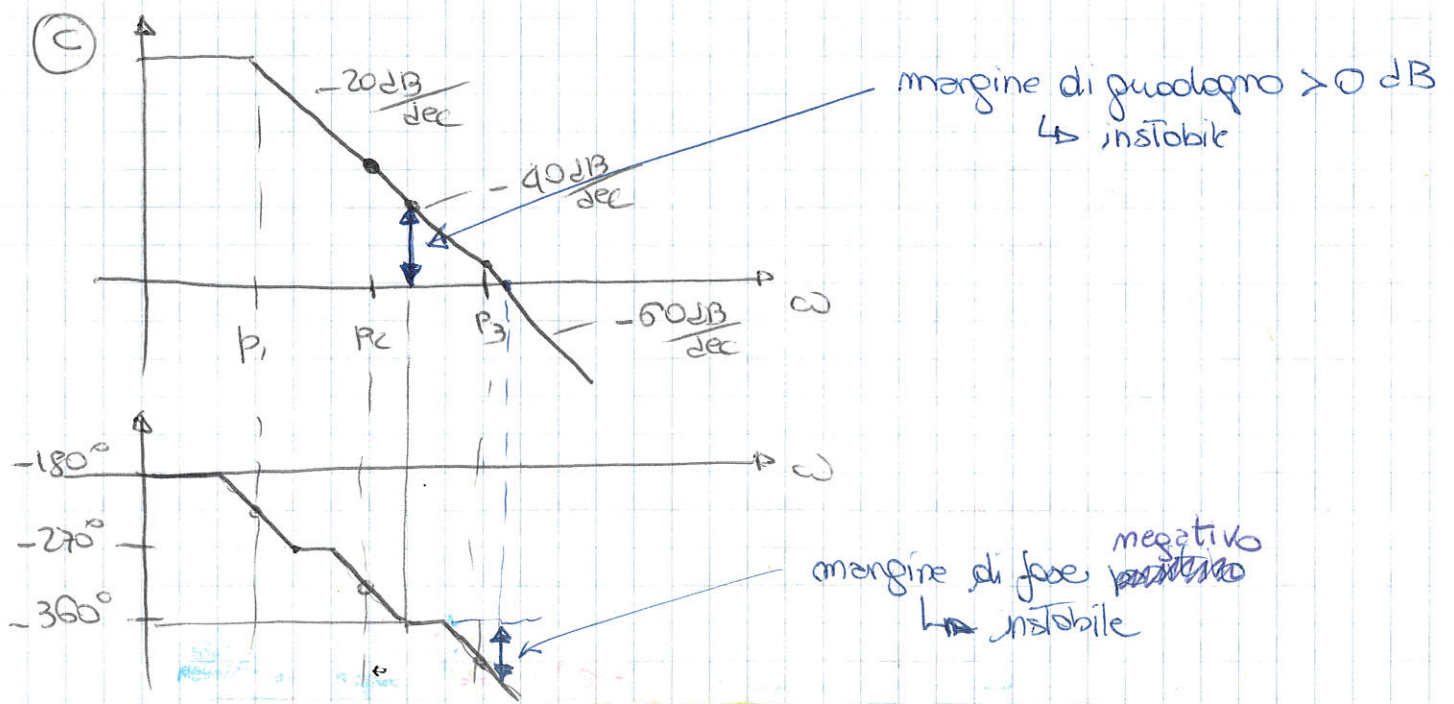


do sfasamento di  $360^\circ$  è ottenuto ad una frequenza in cui  $|G_{loop}| < 1$

⇓  
sistema stabile



do sfasamento globale di  $360^\circ$  è ottenuto alla frequenza a cui corrisponde  $|G_{loop}| = 1$



Il sistema è instabile poiché lo sfasamento di  $360^\circ$  si ha a frequenze per cui  $|G_{loop}| > 1$

d'aumento del guadagno d'anello in continuo rispetto  
le curve del modulo di  $G_{loop}(j\omega)$  sempre più in alto  
aumentando la pendenza con cui si attraversa l'asse 0 dB.  
↓

Possiamo definire due quantità per esprimere lo stabilità  
di un sistema retroazionato:

- MARGINE DI GUADAGNO: valore (in dB) di  $|G_{loop}(j\bar{\omega})|$   
alla pulsazione  $\bar{\omega}$  in cui la fase del guadagno d'anello  
è  $360^\circ$ . Per avere stabilità il margine di guadagno deve  
essere minore di 0 dB

- MARGINE DI FASE: valore di  $(\arg[G_{loop}(j\omega_0)])$  alla  
pulsazione  $\omega_0$  per cui  $|G_{loop}(j\omega)|$  attraversa l'asse a  
0 dB  $\Rightarrow$  il margine di fase deve essere maggiore di  $0^\circ$

### CRITERIO DI STABILITÀ DI BODE

$\rightarrow$  se il diagramma di Bode attraversa l'asse a 0 dB con  
pendenza  $-20 \text{ dB/dec} \Rightarrow$  margine di fase positivo, sistema stabile

$\rightarrow$  attraversamento con pendenza  $-40 \text{ dB/dec} \Rightarrow$  marginalmente  
stabile perché lo sfasamento alla frequenza di intersezione  
è prossimo a  $360^\circ \Rightarrow$  dipende dai poli a frequenza maggiore

$\rightarrow$  attraversamento con pendenza  $-60 \text{ dB/dec} \Rightarrow$  sfasamento superiore  
a  $360^\circ \Rightarrow$  circuito instabile

In pratica richiediamo di avere un margine di fase di almeno  
no  $45^\circ$  per dire che un sistema sia stabile, per garantirci  
un margine di sicurezza.



Calcoliamo l'effetto di overshoot nel modulo della funzione di trasferimento per effetto di un margine di fase di  $45^\circ$

$$|G_{loop}(j\omega)| = 1$$

$$G_{loop} = 1 e^{-j\theta}$$

ricorrendo  $G_{andata} = -G_{id} G_{loop}$

$$G_{reale} = \frac{G_{andata}}{1 - G_{loop}} = \frac{G_{andata}}{1 - 1 e^{-j\theta}} = \frac{-G_{ideale} G_{loop}}{1 - e^{-j\theta}} = \frac{-G_{ideale} 1 e^{-j\theta}}{1 - e^{-j\theta}}$$

calcolando il modulo

$$|G_{reale}| = |G_{ideale}| \left| \frac{e^{-j\theta}}{1 - e^{-j\theta}} \right|$$

$$e^{-j\theta} = \cos\theta - j\sin\theta$$

$$\left| \frac{e^{-j\theta}}{1 - e^{-j\theta}} \right| = \left| \frac{\cos\theta - j\sin\theta}{1 - \cos\theta + j\sin\theta} \right| = \sqrt{\frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{(1 - \cos\theta)^2 + \sin^2\theta}} =$$

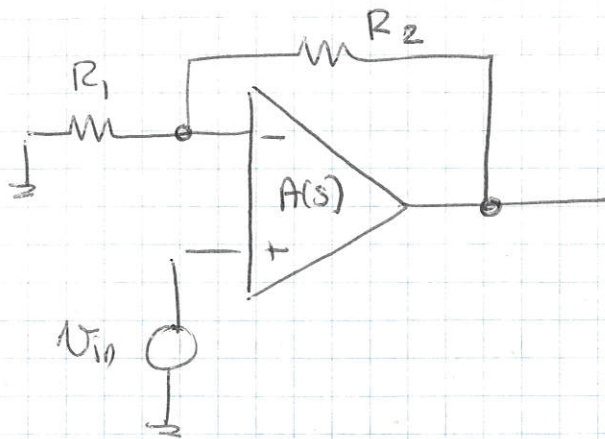
$$= \sqrt{\frac{1}{1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta + \sin^2\theta}} = \sqrt{\frac{1}{2 - 2\cos\theta}} =$$

poiché  $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$$= \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1 - \cos 45^\circ}} = \frac{1}{\sqrt{2} \times 0.293} = 1.306$$

↓  
 $\varphi_M = 45^\circ$ ,  $\varphi = 315^\circ$  sovralonghezza di circa il  $30\%$  del modulo della funzione di trasferimento.

Consideriamo un esempio:



$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

guadagno ad anello aperto dell'opz  
azionale

$$A_0 = 80 \text{ dB} = 10^4$$

$$f_{p1} = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 500 \text{ kHz}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 20 \text{ MHz}$$

(A)  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$   
 $R_1 = 100 \Omega$

(1) Calcolo il Guadagno ideale:

$$G_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{100 \text{ k}\Omega}{100 \Omega} = 1000 = 60 \text{ dB}$$

(2) Calcolo il  $G_{loop}(s)$

$$G_{loop}(s) = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = - \frac{10000}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)} \frac{100}{100 \text{ k} + 100} = - \frac{10}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

(3) Calcolo  $G_{andata}(s)$

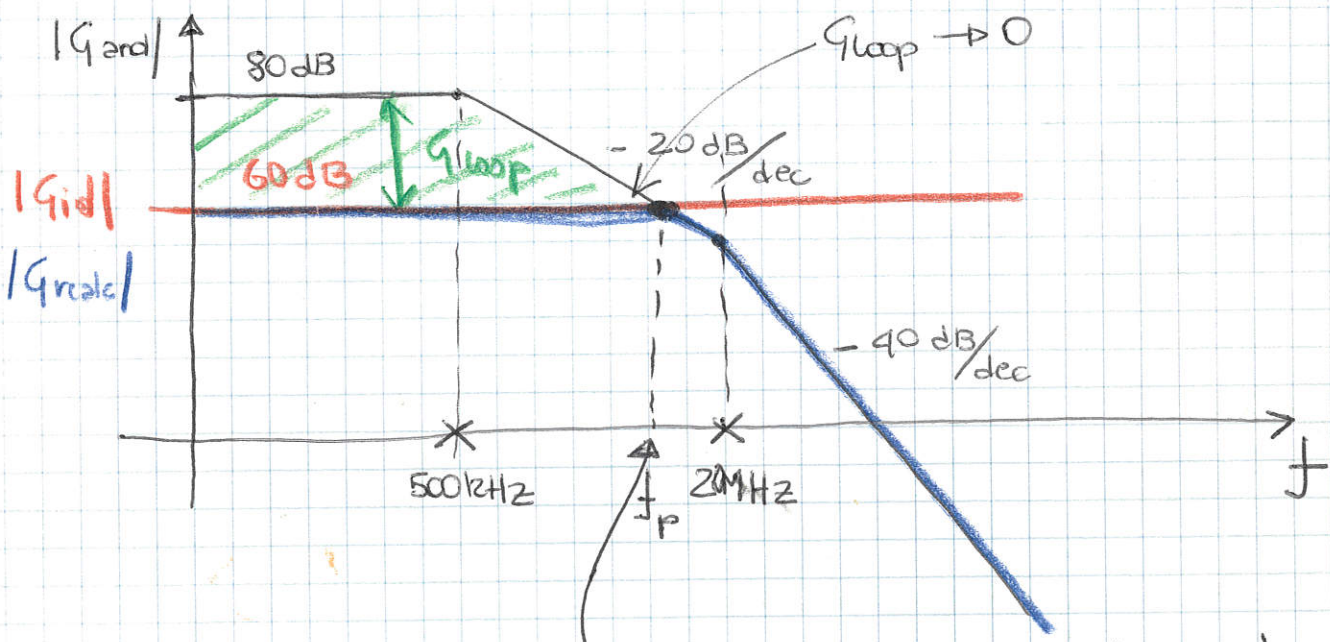
$$G_{andata}(s) = -G_{id} G_{loop}(s) = + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) A(s) \left(\frac{1}{1 + R_2/R_1}\right) = A(s)$$



Il guadagno d'anelata, in questo caso particolare (configurazione non invertente), coincide con il guadagno dell'amplificatore operazionale. Questo non è vero in generale!

Per vedere la stabilità del circuito, e poiché non è garantita perché ho due poli devo disegnare il diagramma di Bode del guadagno d'anelata.

Quale sarà il diagramma di Bode del guadagno reale?



Il  $G_{loop}$  attraversa l'asse 0 dB (del  $G_{loop}$ ) con pendenza  $-20 \text{ dB/dec}$ .  $\Rightarrow$  il sistema è stabile.

$$\frac{G(f_p)}{f_p} = G(f_H)$$

$$f \log G(f_p) = \log G(f_H)$$

Quali sono i poli del anello chiuso:

1° polo  $f_p$ :  $(80 \text{ dB} - 60 \text{ dB}) = 20 \log \left( \frac{f_p}{500 \text{ kHz}} \right)$

In questo caso: "prodotto guadagno banda"

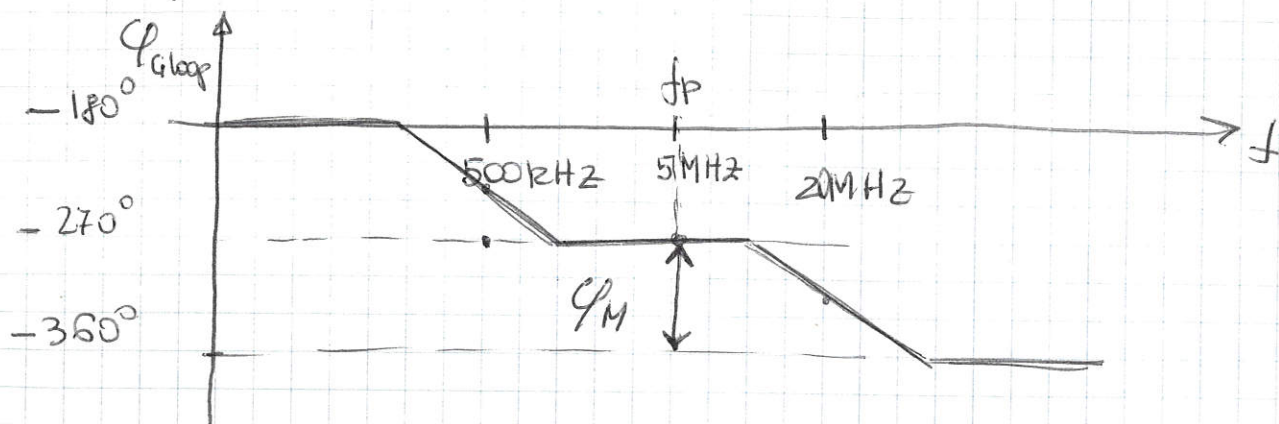
$$10^4 \times 500 \text{ kHz} = 10^3 \times f_p$$

$$f_p = \frac{10^4 \times 500 \text{ kHz}}{10^3} = 5 \text{ MHz}$$



2° polo  $f_2 \approx 20\text{MHz}$

Quale è il diagramma delle fasi  $\phi_{\text{loop}}$  e quanto vale, il margine di fase?



Calcoliamo il margine di fase:

$$\phi_M = \left[ -180^\circ - 2 \arctg\left(\frac{f_p}{500\text{kHz}}\right) - 2 \arctg\left(\frac{f_p}{20\text{MHz}}\right) \right] - (-360^\circ) =$$

$$= -180^\circ - 84^\circ - 14^\circ + 360^\circ = 82^\circ$$

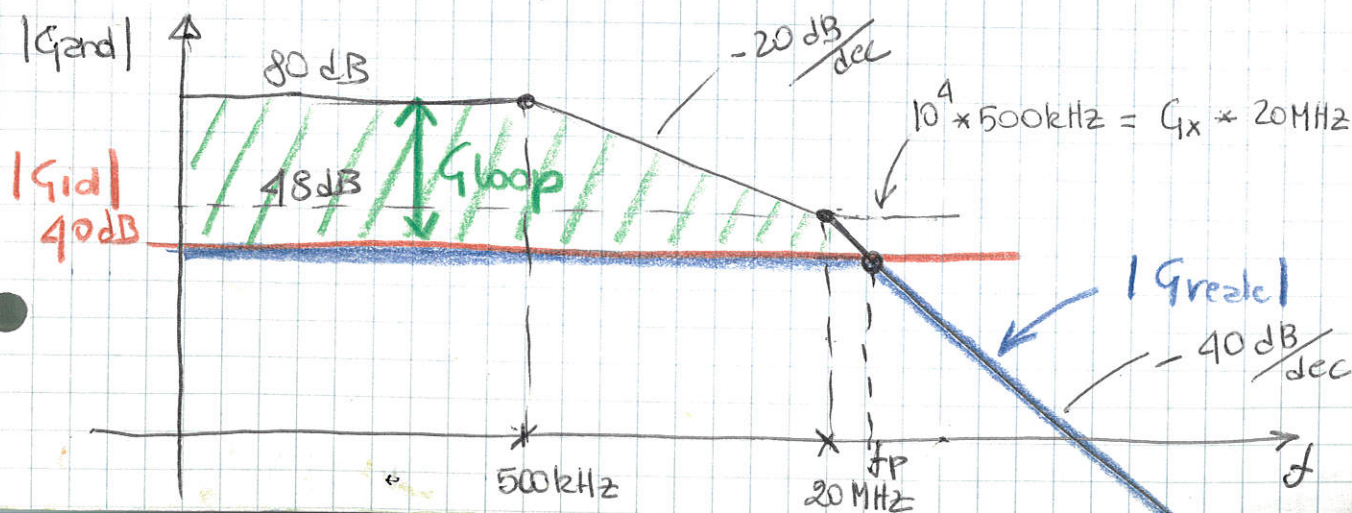
(B) Che cosa succede se abbassiamo  $R_2 = 10\text{k}\Omega$ ?

$$G_{id} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{10\text{k}\Omega}{100\Omega} = 101 \approx 40\text{dB}$$

$$G_{loop}(s) = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -A(s) / 101$$

↳ il  $G_{loop}$  è aumentato e il  $G_{id}$  è diminuito

$$G_{andata}(s) = A(s)$$





Loop Taglio / asse 0dB con pendenza  $-40 \text{ dB/dec}$

⇓  
attenzione devo calcolare il margine di fase.

Quanto vale  $f_p$ :

$$48 \text{ dB} - 40 \text{ dB} = 40 \log \left( \frac{f_p}{20 \text{ MHz}} \right)$$

$$\frac{8}{40} = \log \left( \frac{f_p}{20 \text{ MHz}} \right) \Rightarrow \boxed{f_p = 20 \text{ MHz} \times 10^{0,2} = 31.7 \text{ MHz}}$$

$$\begin{aligned} \varphi_M &= \left[ -180^\circ - \arctg \left( \frac{f_p}{500 \text{ kHz}} \right) - \arctg \left( \frac{f_p}{20 \text{ MHz}} \right) \right] - (-360^\circ) = \\ &= -180^\circ - 89^\circ - 58^\circ + 360^\circ = 33^\circ \end{aligned}$$

⇓

il sistema è ancora stabile poiché  $\varphi_M > 0$ , tuttavia date le tolleranze nella posizione dei poli e del guadagno dell'operazionale e nei valori delle resistenze rischiamo di avvicinarci a margine di fase uguale a zero.

In queste condizioni le sovraelongazioni sull'uscita sono apprezzabili.

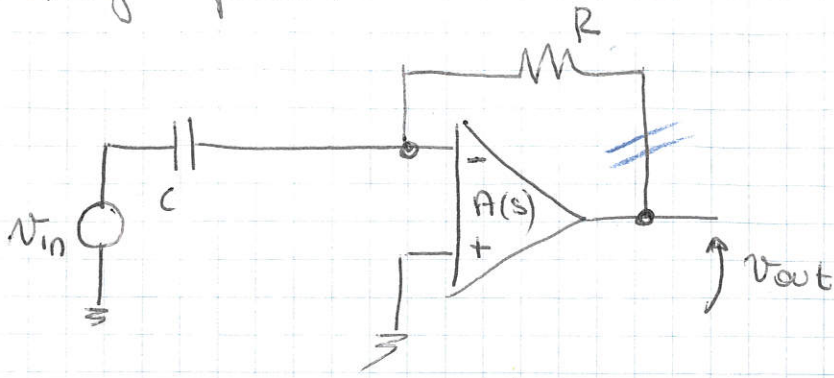
In generale il minimo margine di fase che il progettista di un circuito si garantisce è di  $45^\circ$ .

⇓

Più diminuiamo il guadagno ideale del circuito, più stiamo aumentando il guadagno dell'anello e più il circuito è passibile di instabilità una volta fissato il guadagno d'anello.

↳ la configurazione a buffer è quella a maggiore rischio di instabilità  $\Rightarrow$  polo dominante più basso freq. nell'operazionale.

Consideriamo il DERIVATORE nel caso di un operazionale a singolo polo:



$$C = 10 \text{ mF}$$

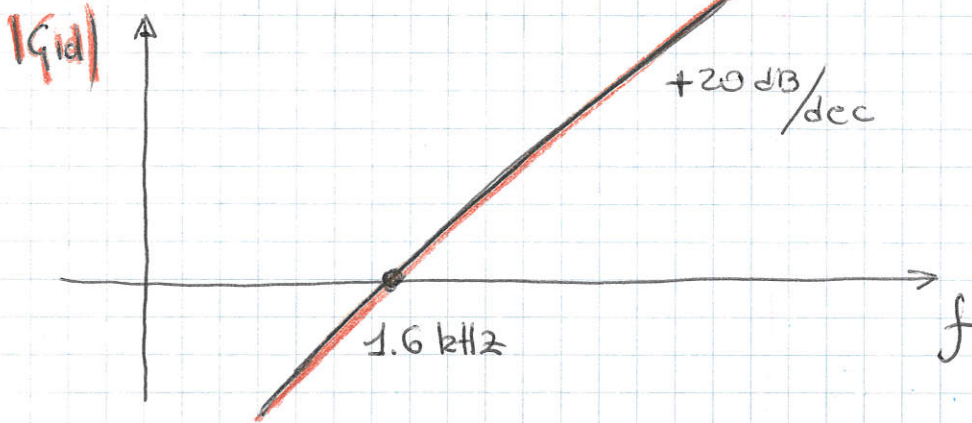
$$R = 10 \text{ k}\Omega$$

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s\tau}$$

$$A_0 = 10^4 = 80 \text{ dB}$$

$$\tau = 15.9 \text{ ms} \Rightarrow f = 10 \text{ Hz}$$

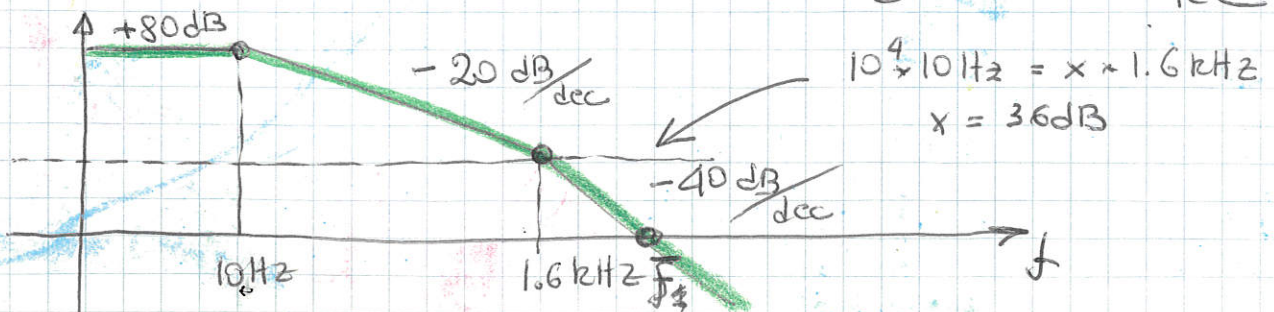
$$\textcircled{1} \quad G_{id} = -\frac{Z_2}{Z_1} = -sCR$$



$$|G_{id}| = \omega RC \Rightarrow |G_{id}| = 1 \text{ sse } \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow f = 1.6 \text{ kHz}$$

$$\textcircled{2} \quad G_{loop}(s) = -A(s) \cdot \frac{1/sC}{R + 1/sC} = -A(s) \frac{1}{1 + sCR}$$

$\Downarrow$   $G_{loop}(s)$  ha due poli  $p_1 = -\frac{1}{\tau}$   $p_2 = -\frac{1}{RC}$





Come faccio a calcolare la frequenza in cui  $Q_{loop} = 0 \text{ dB} = 1$

$$36 \text{ dB} - 0 \text{ dB} = 40 \log \frac{\bar{f}}{1.6 \text{ kHz}}$$

$$\log \frac{\bar{f}}{1.6 \text{ kHz}} = 0.9 \Rightarrow \bar{f} = 12.7 \text{ kHz}$$

Calcoliamo il margine di fase:

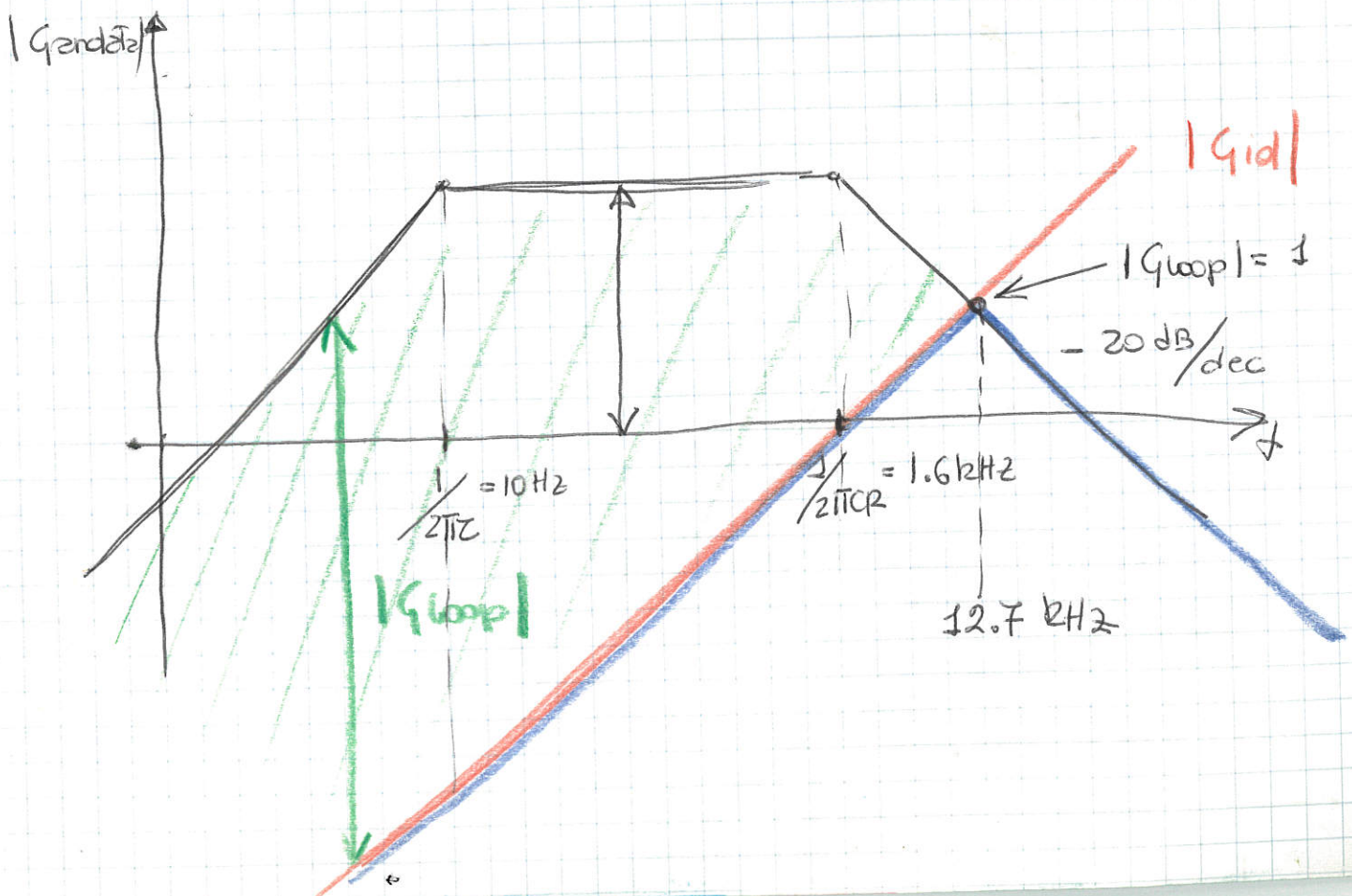
$$Q_M = \left[ 180^\circ - 2 \arctan \frac{\bar{f}}{10 \text{ Hz}} - \arctan \frac{\bar{f}}{1.6 \text{ kHz}} \right] - (-360^\circ) =$$

$$= -180^\circ - 90^\circ - 83^\circ + 360^\circ = 7^\circ !!$$

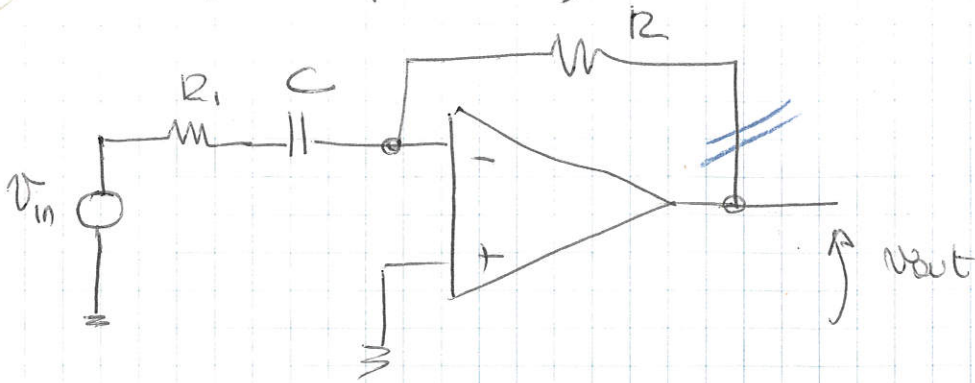
↳ siamo molto vicini all'instabilità

$$Q_{ondata} = -Q_{id} * Q_{loop} = + \frac{SCR}{(1+SCR)} \frac{A_0}{(1+s\tau)}$$

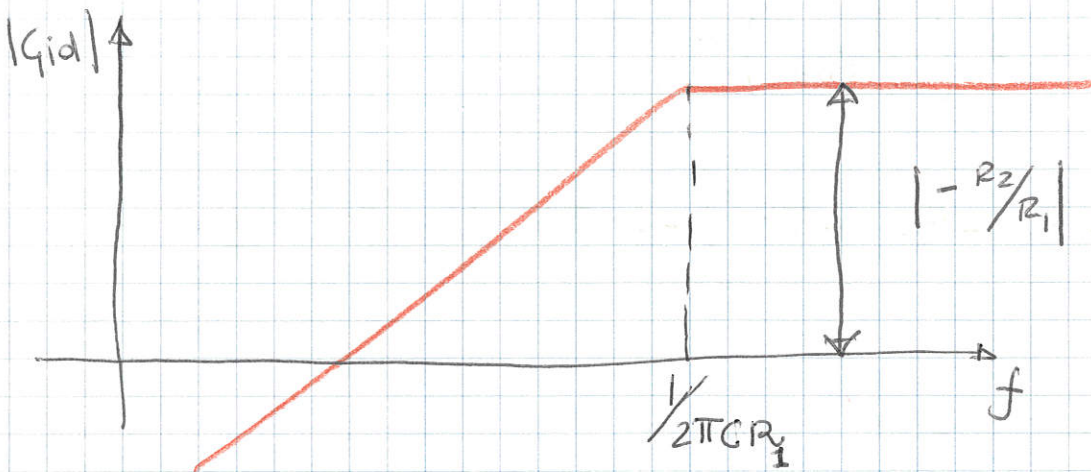
⇓  
2 poli e uno zero nell'origine



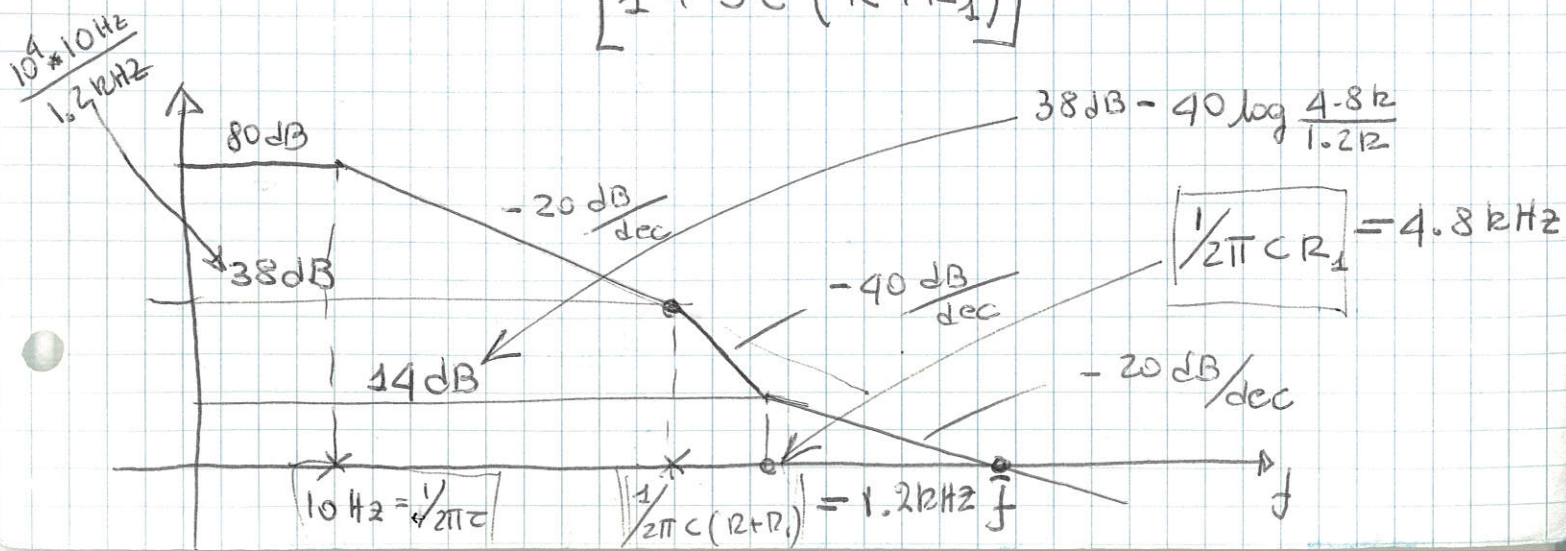
idea di "compensare" il derivatore  $\rightarrow$  derivatore approssimato



$$① G_{id} = - \frac{Z_2}{Z_1} = - \frac{R}{R_1 + \frac{1}{sC}} = - \frac{sCR}{1 + sCR_1}$$



$$② G_{loop}(s) = - A(s) \frac{R_1 + \frac{1}{sC}}{R_1 + \frac{1}{sC} + R} = - \frac{A_0}{1 + s\tau} \frac{1 + sCR_1}{[1 + sC(R + R_1)]} \Rightarrow 2 \text{ poli e 1 zero}$$





$$\boxed{R_1 = \frac{1}{3} R} \approx 3.3 \text{ k}\Omega$$

⇓

$$\bar{f} = 20 \log \frac{\bar{f}}{4.8 \text{ kHz}} = 14 \text{ dB} \Rightarrow \bar{f} = 24 \text{ kHz}$$

Calcoliamo il margine di fase:

$$\varphi_{P_1} = -90^\circ \quad (\text{circa piú di una decade dopo } P_1)$$

$$\varphi_{P_2} = -90^\circ \quad (\text{circa piú di una decade dopo } P_2)$$

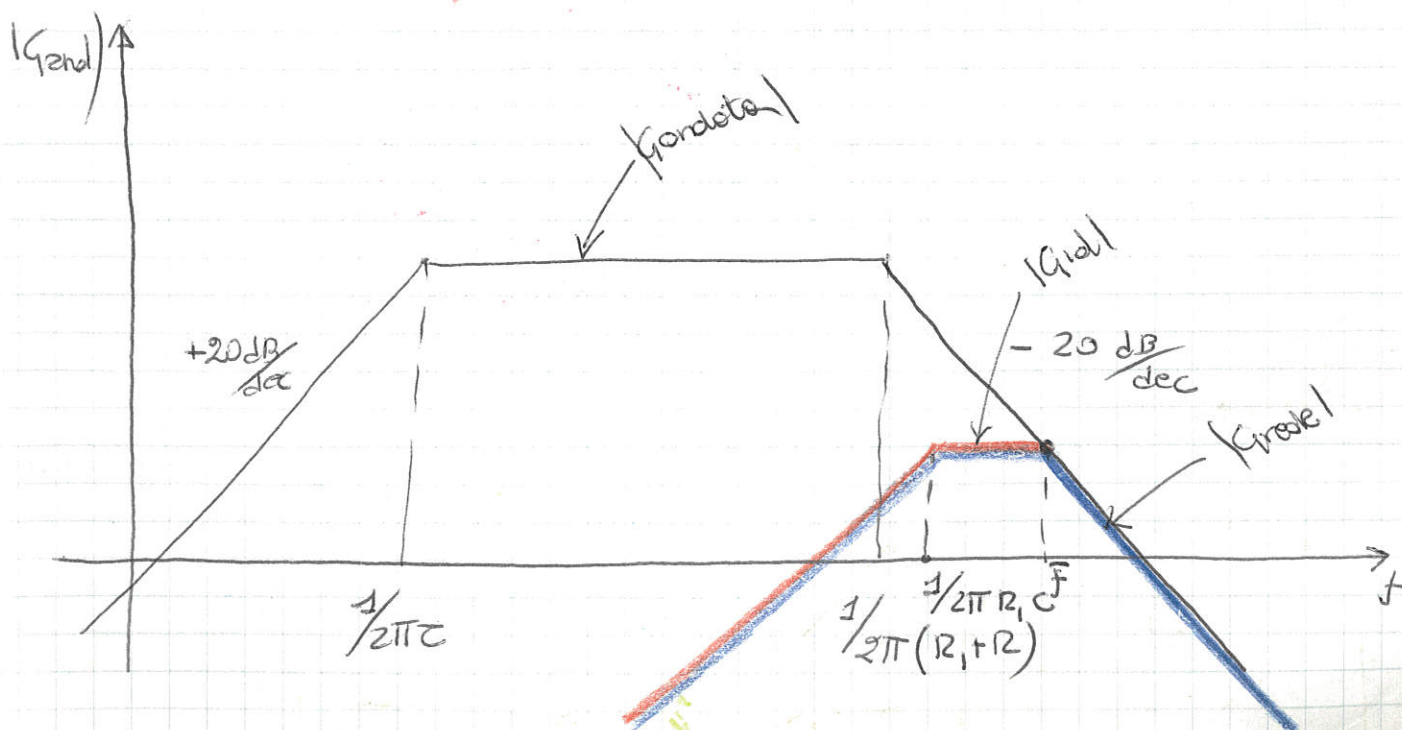
$$\varphi_z = +2 \text{ arctg} \left( \frac{\bar{f}}{4.8 \text{ kHz}} \right) = 79^\circ$$

⇓

$$\varphi_H = [-180^\circ - 90^\circ - 90^\circ + 79^\circ] - (-360^\circ) = 79^\circ \quad \underline{\underline{\text{OK}}}$$

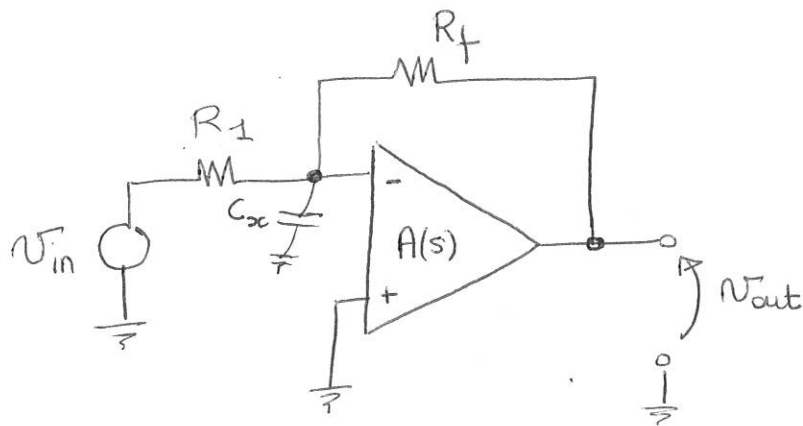
$$\textcircled{3} G_{\text{endata}} = -G_{\text{id}} \times G_{\text{loop}} =$$

$$= \frac{SCR}{1+SCR_1} \cdot \frac{A_0 (1+SCR_1)}{(1+SC) [1+SC(R_1+R)]}$$



# ETTO DI UN CARICO CAPACITIVO IN INGRESSO: COMPENSAZIONE

Consideriamo il seguente circuito:



$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

In cui sia presente una capacità parassita  $C_x$  sul nodo di terra virtuale, il cui valore non è in generale noto.

Il guadagno ideale non risente della capacità  $C_x$  (grazie alla terra virtuale):

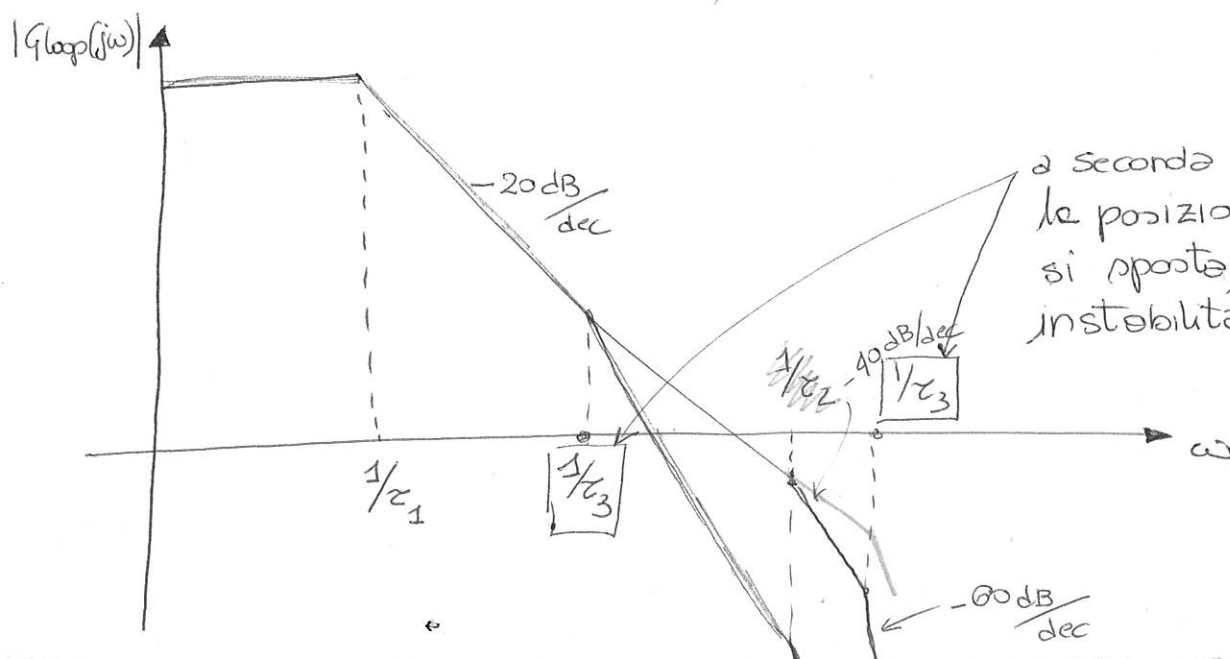
$$G_{id}(s) = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = - \frac{R_f}{R_1}$$

Calcoliamo il guadagno d'anello:

$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)(1+s\tau_3)}$$

dove  $G_{loop}(0) = - \frac{A_0 R_f}{R_1 + R_f}$

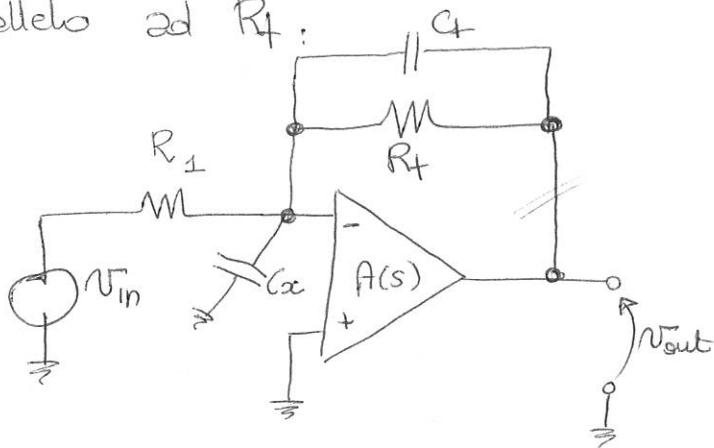
$$\tau_3 = C_x (R_1 \parallel R_f)$$



a seconda del valore di  $C_x$  la posizione del polo  $1/\tau_3$  si sposta, causando instabilità.



Per compensare l'effetto di  $C_x$  aggiungiamo una capacità  $Q$  in parallelo ad  $R_f$ :



$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1 + s\tau_z}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)(1 + s\tau_3)}$$

$$G_{loop}(0) = -A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

$$\tau_3 = (C_x + Q) \times (R_1 \parallel R_f)$$

$$\tau_2 = Q R_f, \text{ infatti } G_{loop}(s) = 0 \text{ ssc } Z(s) = \frac{R_f}{1 + sQR_f} \rightarrow \infty$$



Se dimensiono i componenti in modo tale che

$$\tau_z = \tau_3 \rightarrow QR_f = (C_x + Q) \frac{R_1 R_f}{R_1 + R_f}$$

$$QR_f + QR_f = C_x R_1 + QR_f$$

$$Q = C_x \frac{R_1}{R_f}$$

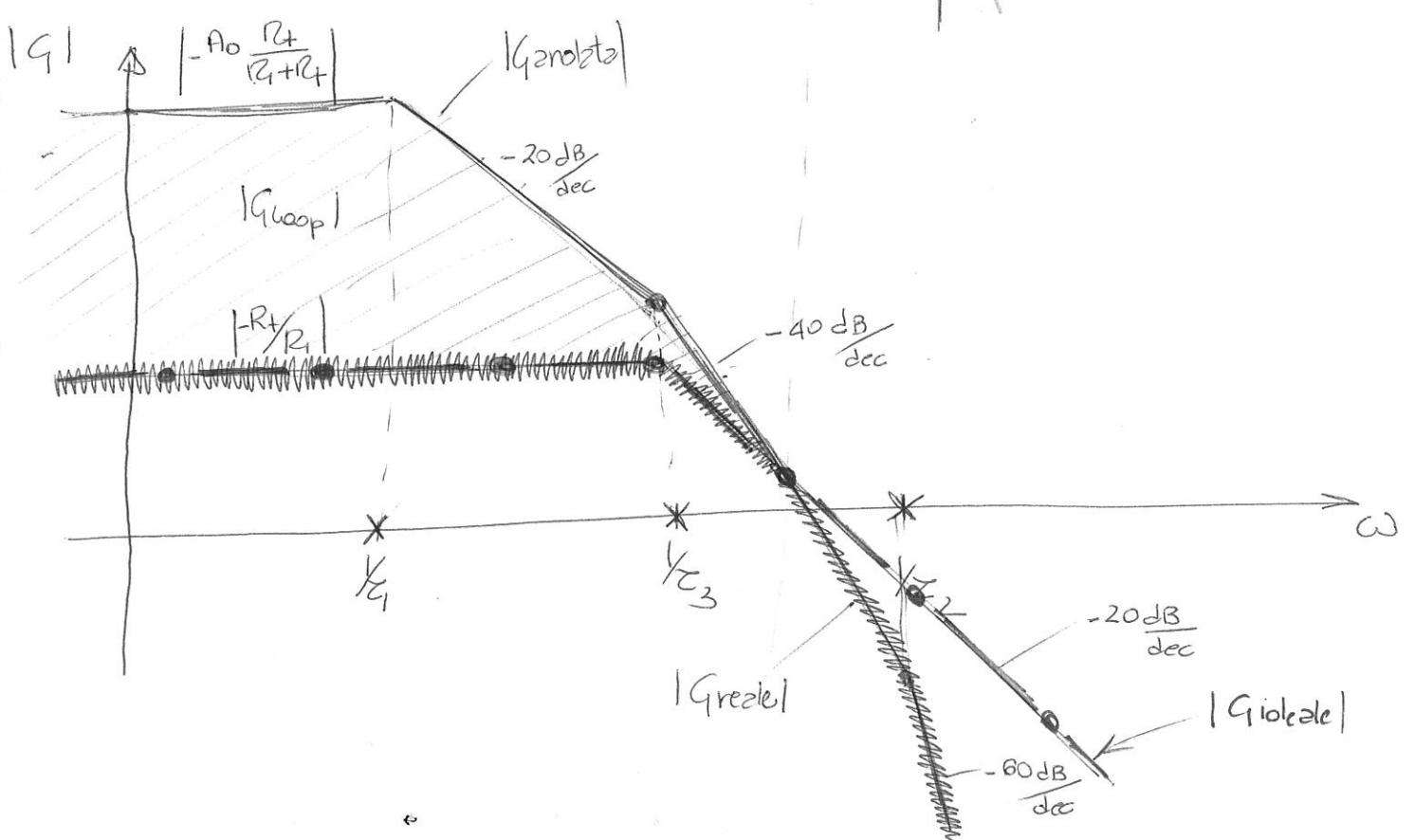
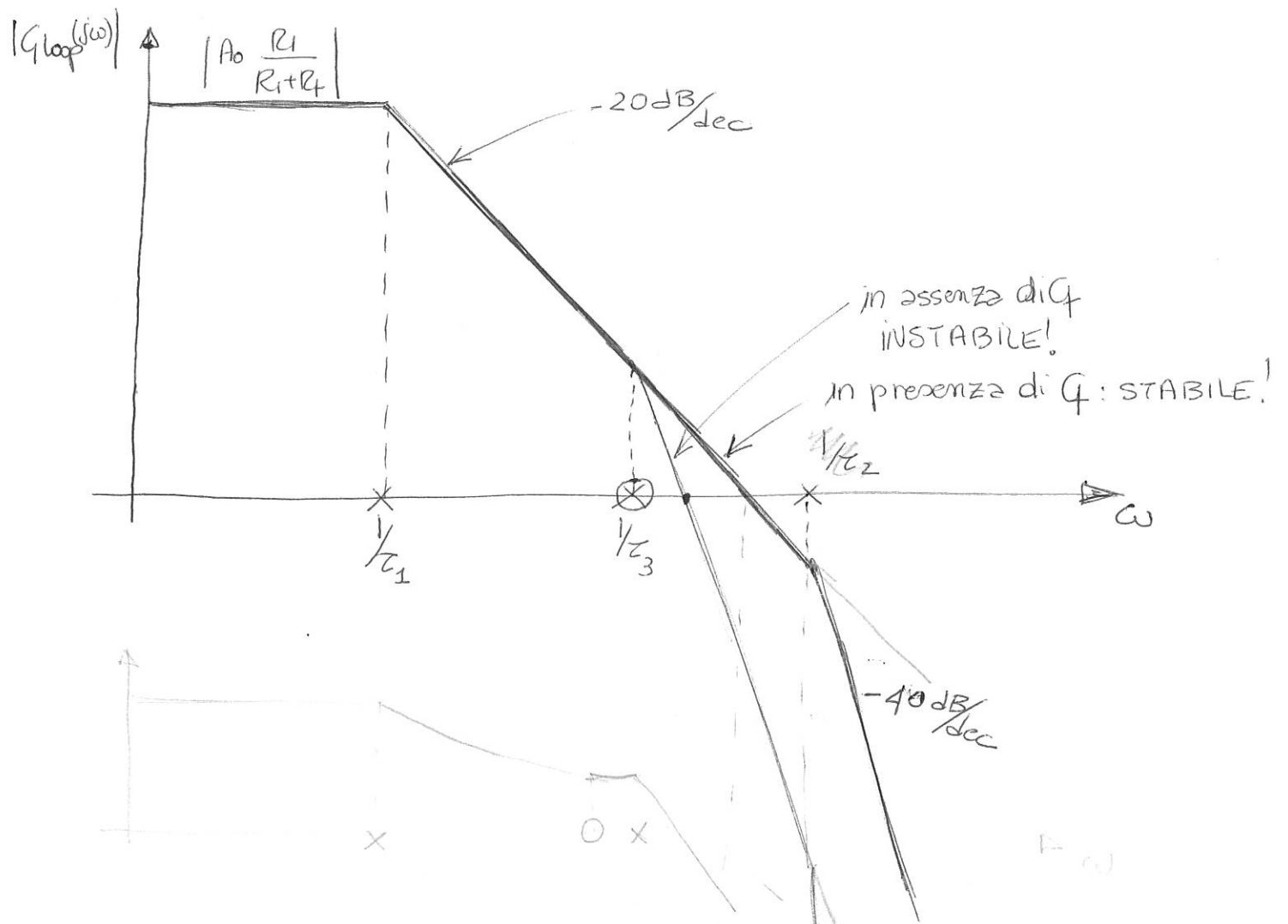
↳ lo zero introdotto da  $Q$  compensa esattamente il polo introdotto da  $C_x$

$$G_{ideale}(s) = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = - \frac{R_f}{1 + sQR_f} \cdot \frac{1}{R_1} = - \frac{R_f}{R_1} \frac{1}{1 + sQR_f}$$

$$G_{compensata}(s) = - G_{ideale}(s) * G_{loop}(s) = - \frac{R_f}{R_1} \frac{1}{1 + sQR_f} * A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_f} \frac{1 + s\tau_z}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)(1 + s\tau_3)}$$

$$= - A_0 \frac{R_f}{R_1 + R_f} \frac{1}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)(1 + sQR_f)}$$

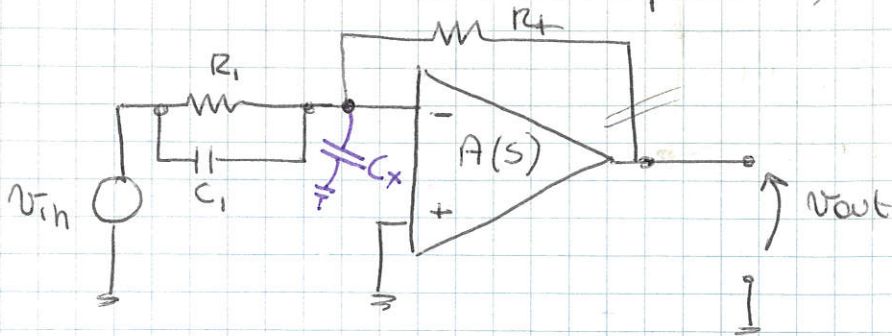
Per via grafica posso determinare la funzione di Trasferimento:





# \* EFFETTO DI UN CARICO CAPACITIVO IN INGRESSO: COMPENSAZIONE

Consideriamo il circuito passivo seguente:



$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

in cui sia presente una capacità parassitaria  $C_x$  sul nodo di Terra virtuale, il cui valore non è, in generale, noto

Il guadagno ideale non presenta della capacità  $C_x$ .

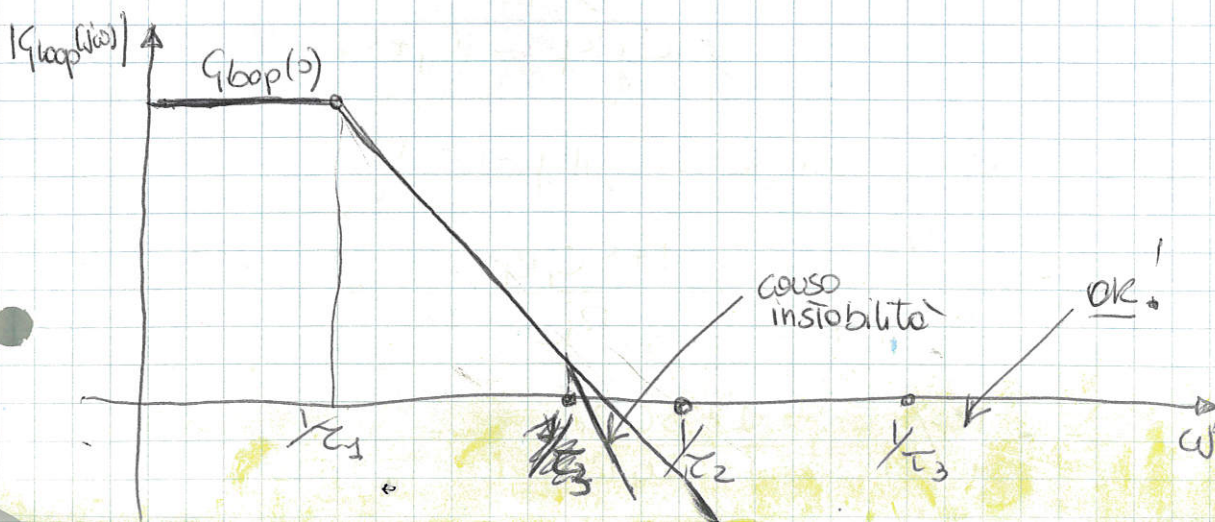
$$G_{id} = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} = - R_f \frac{1}{\frac{R_i}{1+sC_i R_i}} = - \frac{R_f}{R_i} (1+sC_i R_i)$$

Calcoliamo il guadagno d'anello:

$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)(1+s\tau_3)}$$

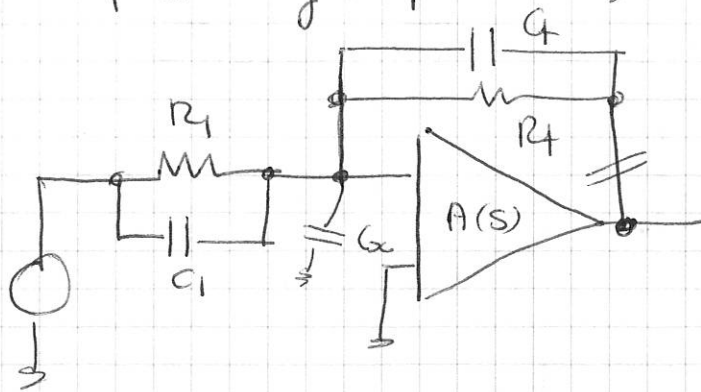
dove  $G_{loop}(0) = - A_0 \frac{R_i}{R_i + R_f}$

$$\tau_3 = (C_i + C_x) * (R_i // R_f)$$





Posso cercare di compensare l'effetto di  $C_1$  e  $C_2$  aggiungendo una capacità  $C_f$  in parallelo ad  $R_f$



$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1+s\tau_z}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)(1+s\tau_3)}$$

$$G_{loop}(0) = A_0 \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

$$\tau_3 = (C_1 + C_x + C_f) * (R_1 \parallel R_f)$$

$$\tau_2 = C_f R_f \quad (\text{ho } G_{loop} = 0 \text{ quando } \frac{R_f}{1+sC_f R_f} \rightarrow \infty \rightarrow s = -\frac{1}{C_f R_f})$$



Se dimensiono i componenti in modo tale che

$$\tau_2 = \tau_3 \text{ cioè } (C_1 + C_x + C_f) \frac{R_1 R_f}{R_1 + R_f} = C_f R_f$$

$$C_1 R_1 + C_x R_1 + C_f R_1 = C_f R_1 + C_f R_f$$

$$\boxed{C_f R_f = (C_1 + C_x) R_1}$$

↳ lo zero introdotto da  $C_f$  compensa il polo  $1/\tau_3$

$$G_{ideale} = - \frac{z_2(s)}{z_1(s)} = - \frac{R_f}{1+sC_f R_f} \cdot \frac{1+sC_1 R_1}{R_1} = - \frac{R_f}{R_1} \frac{1+sC_1 R_1}{1+sC_f R_f}$$

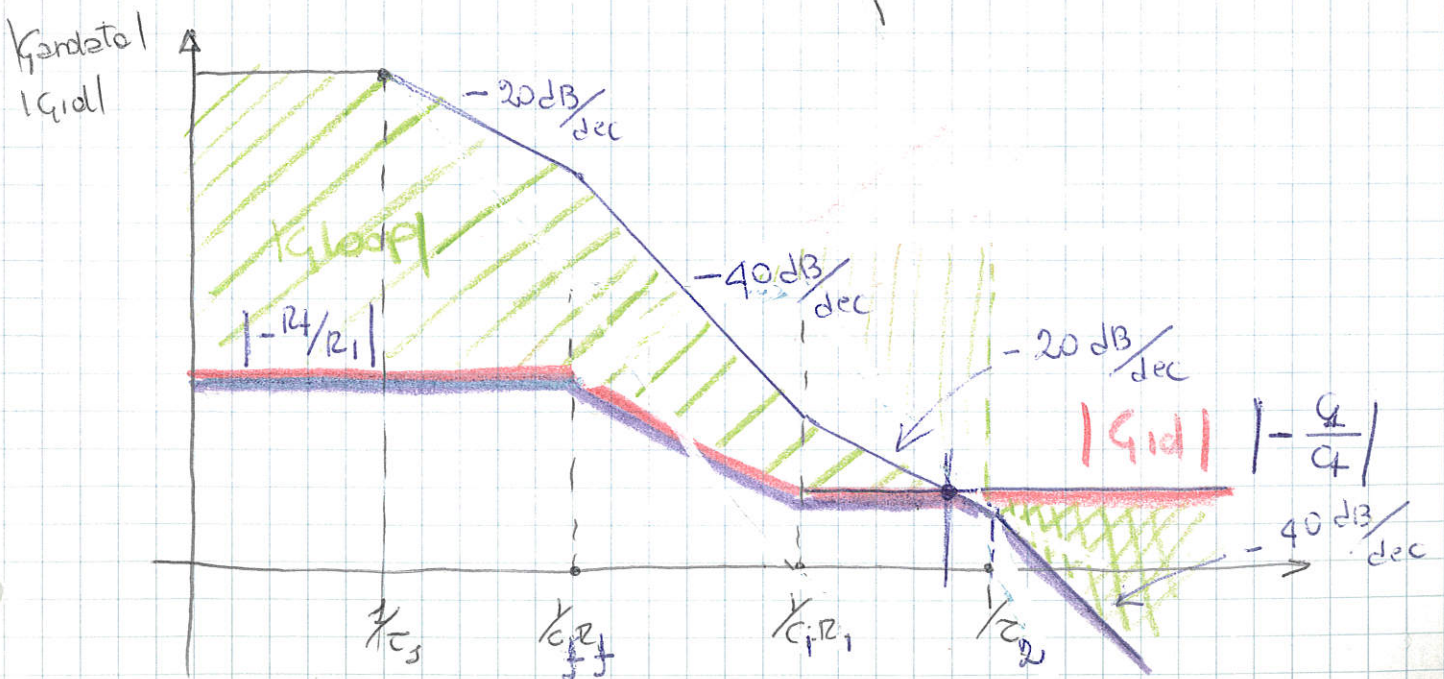
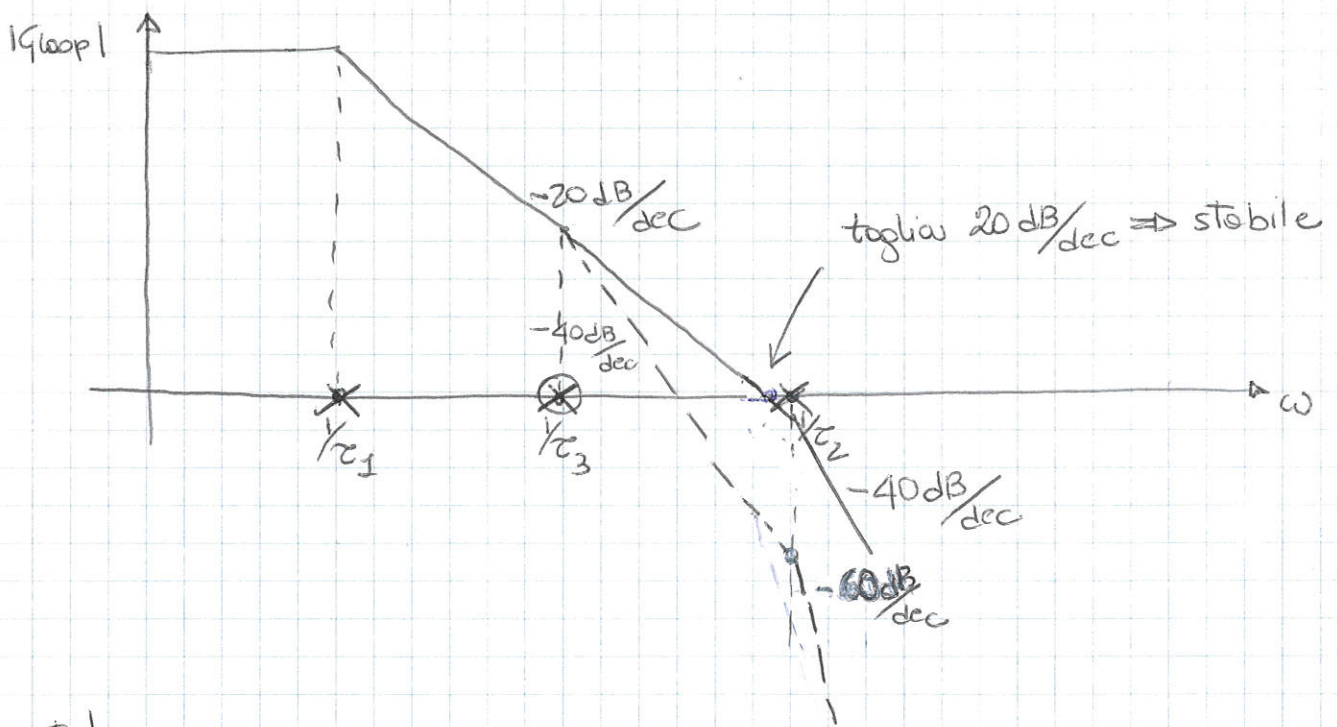


$\Downarrow$   
 per calcolare la funzione di Trasferimento ed nello stesso tempo calcolare  $G_{\text{onda}}$

$$G_{\text{onda}}(s) = -G_{\text{loop}}(s) \cdot G_{\text{ideale}}(s) = \frac{R_f}{R_1} A_0 \frac{R_f}{R_1 + R_f} \frac{1 + s\tau_2}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)(1 + s\tau_3)}$$

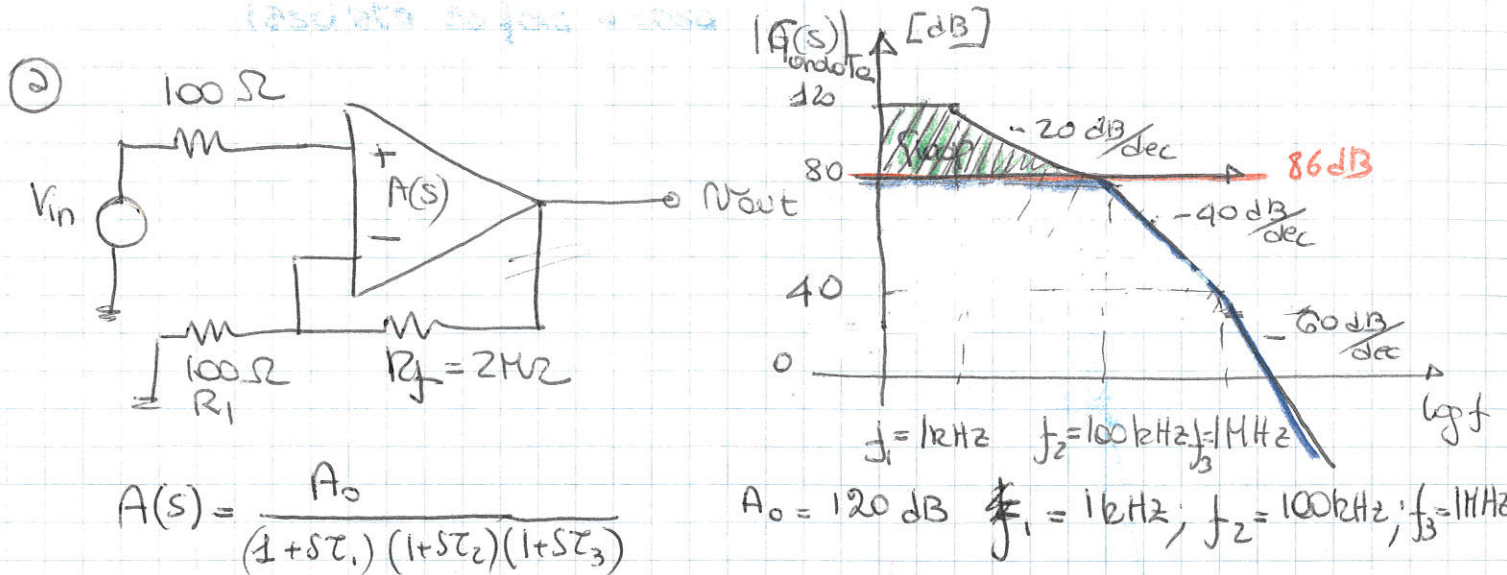
$$\cdot \frac{1 + s\tau_1 R_1}{1 + s\tau_4 R_4}$$

Poi per via grafica posso determinare la funzione di Trasferimento.





Vediamo di applicare i concetti di stabilità in un esempio



Calcoliamo il guadagno ideale:

$$G_{id} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = 1 + \frac{2M\Omega}{100\Omega} = 20000 = 86 \text{ dB}$$

Il ramo di retroazione non introduce singolarità

↓

$$G_{loop}(s) = -\frac{R_1}{R_1 + R_f} A(s) \Rightarrow G_{loop}(0) = \frac{-100\Omega}{2M\Omega + 100\Omega} \times 120 \text{ dB} = -50 \text{ (34 dB)}$$

↓ Calcoliamo  $G_{andata} = -G_{loop} \cdot G_{ideale} = A(s)$

Il diagramma di Bode di  $G_{loop}(0)$  coincide con quello di  $A(s)$  ponendo l'asse 0 dB a 86 dB, infatti

$$G_{id}|_{dB} = A(0)|_{dB} - G_{loop}(0)|_{dB}$$

↓

il sistema è stabile perché il  $G_{loop}$  taglia l'asse 0 dB a frequenza:

$$f_1 = |G_{loop}(0)| \times f_1 = 50 \text{ kHz (prendo } -20 \text{ dB/dec)}^1$$

con pendenza  $-20 \text{ dB/dec}$

Calcoliamo il margine di fase



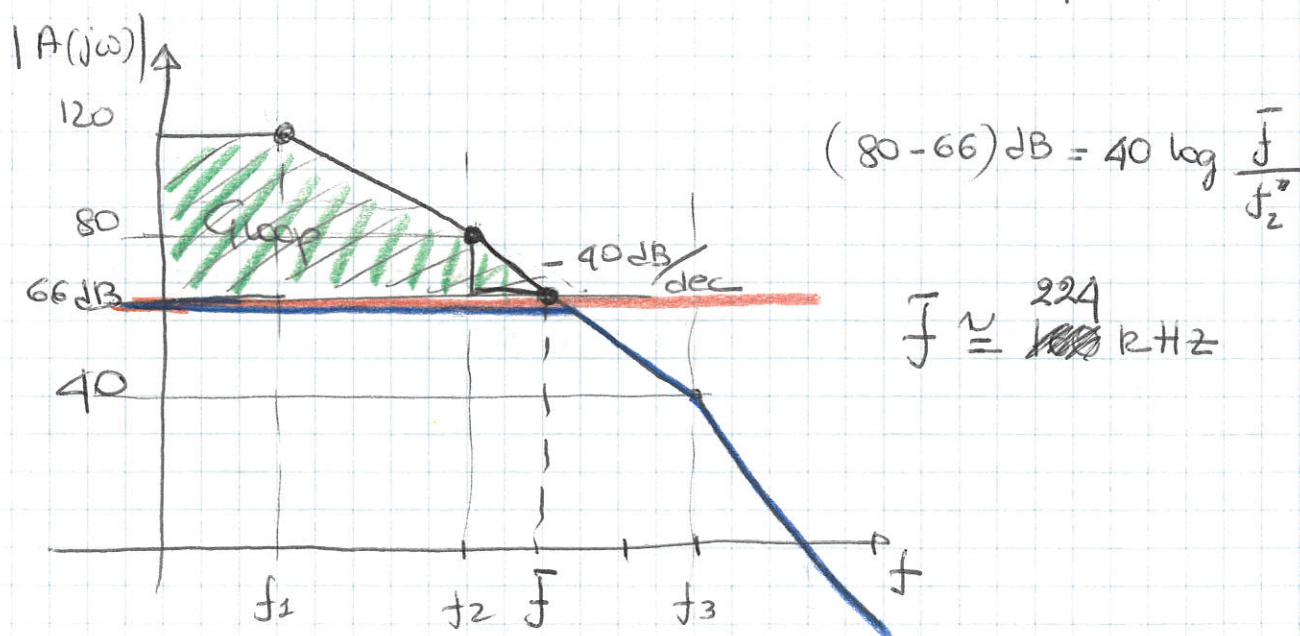
$$\begin{aligned} \arg [G_{loop}(j\omega)] &= -180^\circ - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_1}\right] - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_2}\right] - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_3}\right] = \\ &= -180^\circ - \arctg\left[\frac{50k}{1k}\right] - \arctg\left[\frac{50k}{100k}\right] - \arctg\left[\frac{50k}{1M}\right] = \\ &= -180^\circ - 89^\circ - (26.5)^\circ - 3^\circ = -298^\circ \end{aligned}$$

⇓  
62° margine di fase OK

(b) Abbassiamo  $R_f = 200k\Omega$  in modo da ridurre il guadagno ideale:

$$G_{id} = 1 + \frac{R_f}{R_1} = 1 + \frac{200k}{100} = 2000 = 66dB$$

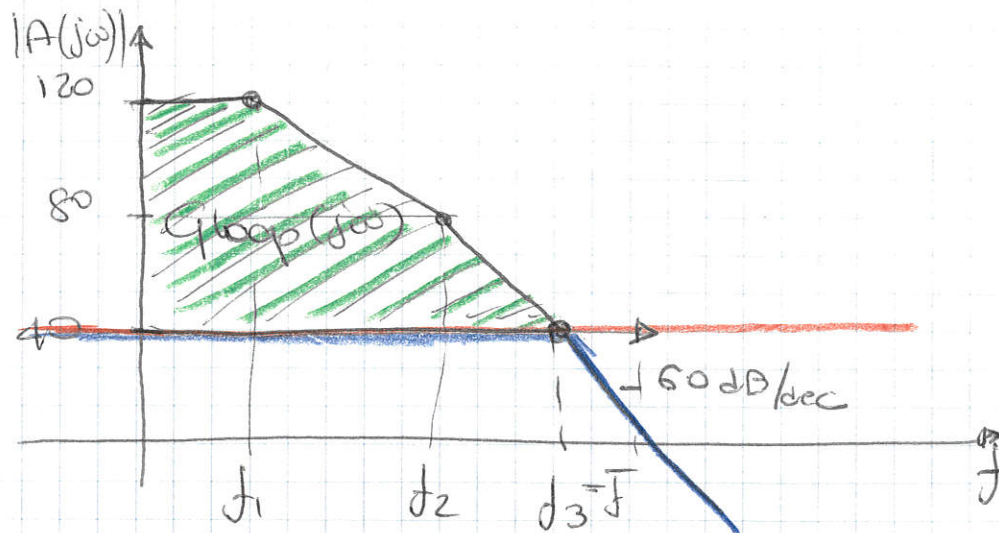
⇓  
 $G_{loop}(0)$  aumenta:  $G_{loop}(0) = A_0 \frac{R_1}{R_f + R_1} \approx 500 \Rightarrow 54dB$



$$\begin{aligned} \arg [G_{loop}(j\omega)] &= -180^\circ - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_1}\right] - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_2}\right] - \arctg\left[\frac{\bar{f}}{f_3}\right] = \\ &= -180^\circ - 89^\circ - 66^\circ - 13^\circ = 348^\circ \end{aligned}$$

↳ 12° margine di fase  $\Rightarrow$  il sistema è stabile, anche se vi sono variazioni e elongazioni notevoli, tuttavia se causa delle tolleranze dei componenti c'è rischio che il sistema oscilli.

c)  $R_f = 10 \text{ k}\Omega \Rightarrow G_{id} = 1 + \frac{10 \text{ k}\Omega}{100} = 101 \rightarrow 40 \text{ dB}$



⇓ attraversamento di  $G_{loop}$  dell'asse 0 dB con pendenza -60 dB/dec

$$\text{margine di fase} = 360^\circ - \left[ 180^\circ + \arg\left(\frac{\bar{f}}{f_1}\right) + \arg\left(\frac{\bar{f}}{f_2}\right) + \arg\left(\frac{\bar{f}}{f_3}\right) \right]$$

$$= 360^\circ - 180^\circ - 90^\circ - 84^\circ - 45^\circ = -39^\circ$$

⇓ margine di fase negativo  $\Rightarrow$  sistema instabile



il minimo guadagno per cui il sistema è stabile è  $> 1$   
 $\hookrightarrow$  con questo operazionale la configurazione a buffer è assolutamente instabile

La configurazione con guadagno unitario è quella per il rischio di instabilità, poiché il guadagno al anello è quello massimo possibile, idealmente pari al guadagno di prodotto.

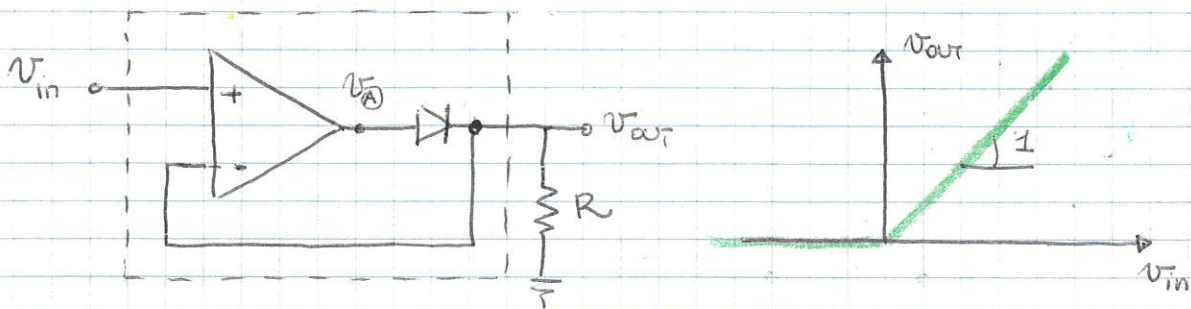


# CIRCUITI NON LINEARI CON AMPLIFICATORI OPERAZIONALI

## \* RADDRIZZATORE DI PRECISIONE

In alcune applicazioni è necessario rettificare tensioni inferiori al valore della tensione di accensione del diodo, che non possono essere rettificate con i convenzionali circuiti a diodi. Inoltre nella strumentazione si richiedono rettificatori con caratteristiche di trasferimento ad elevata precisione e stabilità che non possono essere garantite dai circuiti a diodi.

### • RADDRIZZATORE A SEMIONDA - "SUPERDIODO"



- $V_{in} > 0 \Rightarrow V_{\text{op}} > 0 \Rightarrow D$  è on, quando  $V_{\text{op}} > 0.7V \Rightarrow$  chiude il circuito di retroazione al morsetto invertente dell'op-amp  
 $\hookrightarrow V^- \approx V^+ = V_{in} \Rightarrow V_{out} \approx V_{in}$

$$V^+ - V^- = V_{in} - V_{out} \quad V_{\text{op}} = V_{\gamma} + V_{out} = A(V^+ - V^-)$$

$$\hookrightarrow V_{\gamma} + V_{out} = A(V_{in} - V_{out}) \quad (1+A)V_{out} = AV_{in} - V_{\gamma}$$

$$\downarrow V_{out} = \frac{A}{1+A} V_{in} - \frac{V_{\gamma}}{1+A} \approx V_{in} - \frac{V_{\gamma}}{1+A}$$

$\hookrightarrow$  la tensione di soglia di accensione è ridotta (dell'op-amp ai fini dell'offset in uscita) del guadagno ad anello aperto dell'op-amp  $\Rightarrow$  praticamente le caratteristiche di trasferimento passano per l'origine.

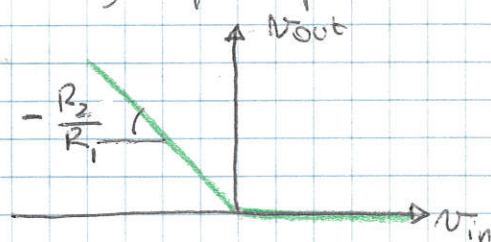
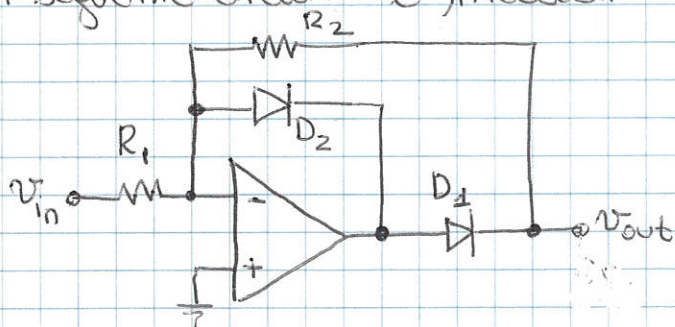
- $V_{in} < 0 \Rightarrow V_{\text{op}} < 0 \Rightarrow D$  è off, l'op-amp è ad anello aperto  $\Rightarrow$



in R non passa corrente e dunque  $v_{out} = 0$ .  $v_{\text{A}}$  saturo alla tensione di saturazione negativa.

- SVANTAGGI:
- = quando  $v_{in}$  è negativa,  $v_{out} = 0$  e tutta  $v_{in}$  appare tra i terminali di ingresso dell'op-amp  $\Rightarrow$  rischio di danneggiare l'op-amp se  $v_{in}$  è troppo grande.
  - = quando  $v_{in}$  è negativo l'op-amp lavora ad anello aperto e l'uscita dell'op-amp è saturata. Per far uscire l'op-amp dalla saturazione occorre un certo tempo che può rallentare il funzionamento del circuito e limitare la frequenza di funzionamento.

Il seguente circuito è introdotto per ovviare a questi problemi.

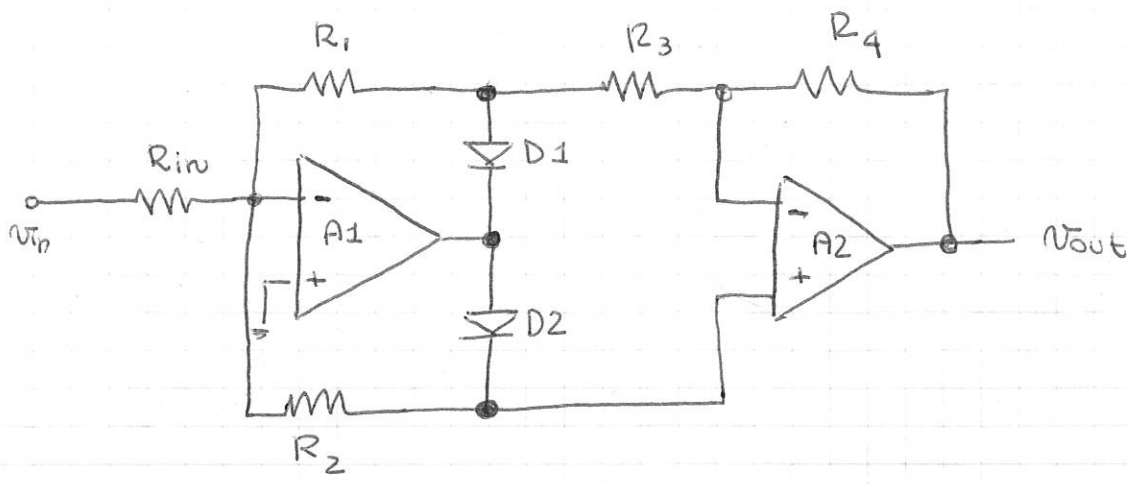


- $v_{in} > 0 \Rightarrow D_2$  conduce e chiude l'anello di retroazione  
 $\hookrightarrow$  morsetto invertente è un modo di terra virtuale  $\Rightarrow$  l'uscita dell'op-amp si porta una tensione di polarizzazione del diodo al di sotto della massima  $\Rightarrow$  previene la saturazione dell'op-amp  
 $D_1$  è off  $\Rightarrow$  non scorre corrente attraverso  $R_2 \Rightarrow v_{out} = 0$
- $v_{in} < 0 \Rightarrow$  l'uscita dell'op-amp tende a salire  $\Rightarrow D_2$  si spegne poiché polarizzato inversamente.  $D_1$  è in conduzione e dunque  $R_2$  stabilisce un anello di reazione negativo per l'operazionale  
 $\hookrightarrow v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} v_{in}$  e l'operazionale opera sempre ad anello chiuso.

Se  $v_{in}$  è applicato al morsetto non invertente, il polarizzatore è non invert.

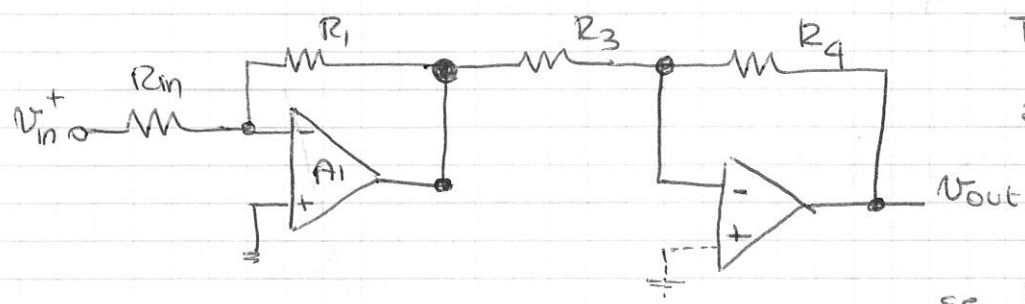


• RADDRIZZATORE AD ONDA INTERA



• \$V\_{in} > 0 \Rightarrow D\_1\$ ON, \$D\_2\$ OFF \$\Rightarrow\$ in \$R\_2\$ non passa corrente \$\Rightarrow\$ il morsetto

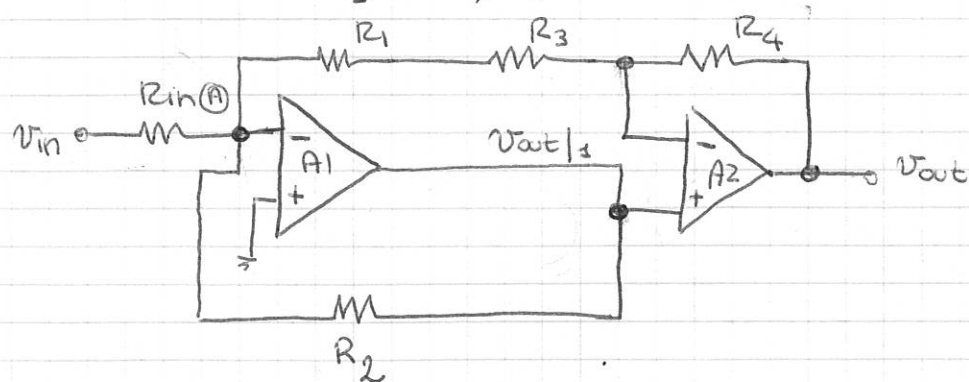
To \$\oplus\$ di \$A\_2\$ è virtualmente a massa



se \$R\_1 = R\_3 = R\_4 = R\_2 = R\$

$$V_{out} = \left(-\frac{R_1}{R_{in}}\right) \left(-\frac{R_4}{R_3}\right) V_{in} = \frac{R}{R_{in}} V_{in}$$

• \$V\_{in} < 0 \Rightarrow D\_1\$ OFF, \$D\_2\$ ON



ⓐ è un modo di terra virtuale; per il cortocircuito virtuale ai morsetti di \$A\_2 \Rightarrow\$ le resistenze di feedback di \$A\_1\$ è pari a:

$$R_f = (R_1 + R_3) \parallel R_2 = 2R \parallel R = \frac{2}{3} R$$

\$\Downarrow\$

$$V_{out}|_1 = -\frac{2}{3} \frac{R}{R_{in}} V_{in} \Rightarrow V_{out} = V_{out}|_1 + V_{out}|_2 \cdot \frac{R_4}{R_1 + R_3} = -\frac{R}{R_{in}} V_{in}$$

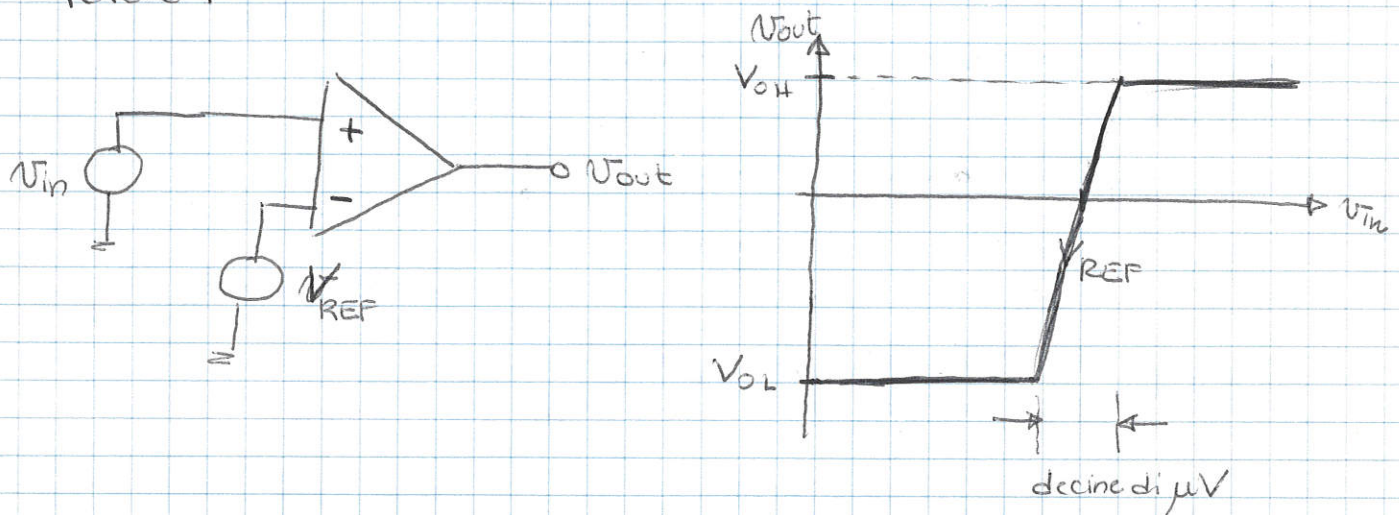
↓

L'uscita risulta sempre positiva, sia che l'ingresso sia positivo che negativo e dunque è raddrizzato.

Scegliendo il solo valore delle resistenze  $R_{in}$  è possibile controllare il guadagno del circuito, che risulta (ovviamente!) uguale sulle due semionde.

### \* AMPLIFICATORE OPERAZIONALE COME COMPARATORE (RICHIAMI)

Abbiamo già visto come l'amplificatore operazionale, impiegato ad anello aperto possa essere impiegato come comparatore.



Sinfatti, a seconda che  $V_{in}$  superi o sia inferiore di poche decine di  $\mu V$  della tensione di riferimento imposta esternamente, l'uscita dell'amplificatore operazionale satura alla tensione di alimentazione positiva o negativa.

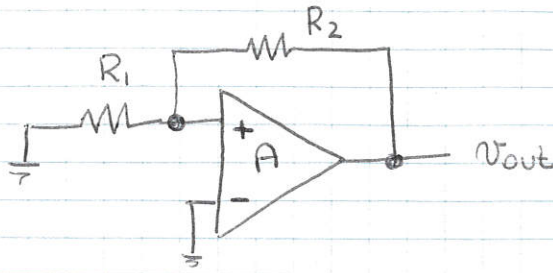
Esistono operazionali progettati appositamente per essere utilizzati come comparatori ( $\mu A 311$ ) che presentano intervalli di scelta molto ridotti.

Abbiamo già visto, tuttavia, che per avere un buon comparatore è conveniente introdurre una isteresi nel comportamento, in modo da avere due soglie differenti e secondo che il segnale di ingresso stia crescendo o decrescendo ed evitare così commutazioni spurie per effetto del rumore.



## \* TRIGGER DI SCHMITT

Consideriamo il seguente circuito, in cui un amplificatore operazionale sia stato retroazionato positivamente (!)



Vediamo come si comporta il circuito. Dato che non vi sono collezioni esterne partiamo nell'analisi supponendo che  $v^+$  sia prossimo a zero. Se il rumore, inevitabilmente presente, porta  $v^+$  lievemente positivo  $\Rightarrow$  questo incremento è amplificato dal guadagno  $A$  dell'op amp. Il partitore resistivo  $R_1, R_2$  riporta una frazione di tale segnale in ingresso  $\Rightarrow \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ .

Se  $A\beta > 1 \Rightarrow$  il segnale di feedback va a sommarsi al segnale in ingresso ed è maggiore del segnale in ingresso stesso. Questo processo rigenerativo prosegue fino a che l'uscita non saturi alla tensione di saturazione positiva  $L^+$ .

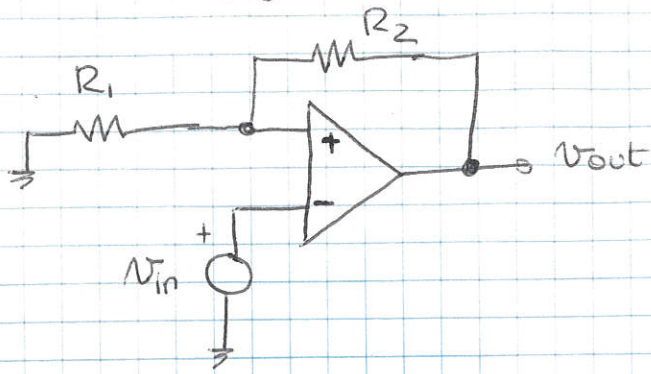
$\hookrightarrow v^+ = L^+ \left[ \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] > 0 \Rightarrow$  l'op amp permanece saturato al valore di saturazione positiva.

Se l'incremento originale fosse stato un decremento della tensione  $v^+ \Rightarrow$  l'op amp sarebbe saturato alla tensione di saturazione negativa,  $L^-$ , e  $v^+ = L^- \frac{R_1}{R_1 + R_2} < 0$ , mantenendo il circuito nell'altro suo stato stabile.

$\downarrow$   
circuito "BISTABILE": possiede solo questi due stati stabili. In qualsiasi altro stato si trovi è ricondotto dal rumore o da qualsiasi disturbo ad uno di questi due stati.



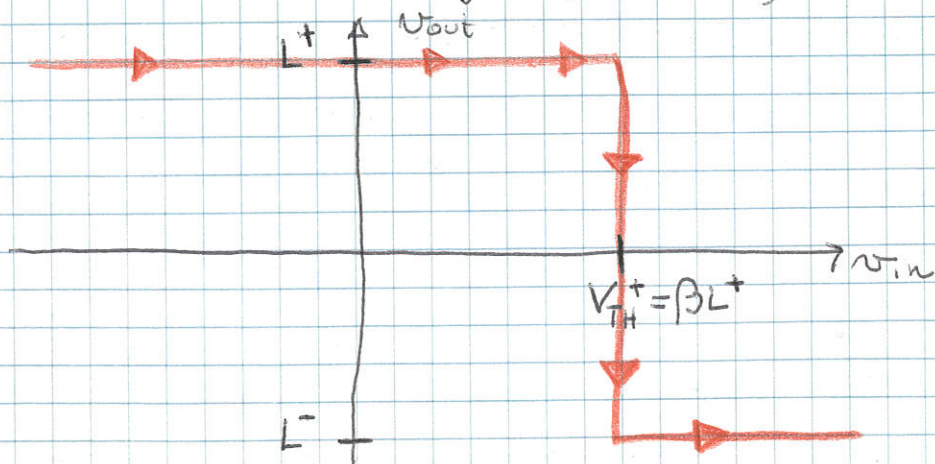
Applichiamo ora la Tensione di ingresso  $V_{in}$  al circuito nella sua configurazione invertente:



e ci proponiamo di ricavarne la caratteristica di trasferimento ingresso-uscita.

Supponiamo che l'uscita si trovi in uno dei suoi due stati stabili, ad esempio  $V_{out} = L^+$   $\Rightarrow v^+ = \beta L^+$

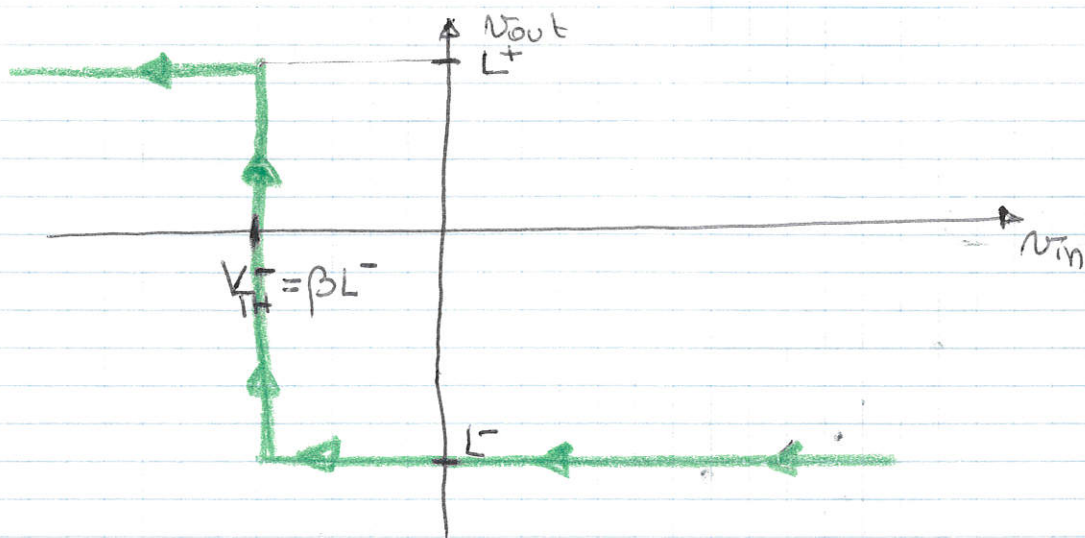
Fino a che l'ingresso  $V_{in}$  non supera la tensione di  $v^+ = \beta L^+$ , non cambia nulla in uscita. Quando  $V_{in}$  comincia a superare il valore  $\beta L^+ \Rightarrow$  in ingresso all'operazionale si sviluppa una tensione negativa, che, amplificata del guadagno ed essendo aperto A, tende a portare  $V_{out}$  negativa  $\Rightarrow$  poiché  $v^+$  diventa negativa, mantenendo il processo rigenerativo poiché è aumentata la tensione negativa in ingresso all'operazionale  $\Rightarrow$  l'operazionale tenderà a saturare alla tensione di saturazione negativa  $L^-$ . Se aumentiamo ulteriormente  $V_{in}$  non si modifica lo stato del circuito.



La caratteristica di trasferimento è quella di un comparatore con tensione di soglia  $V_{TH}^+ = \beta L^+$



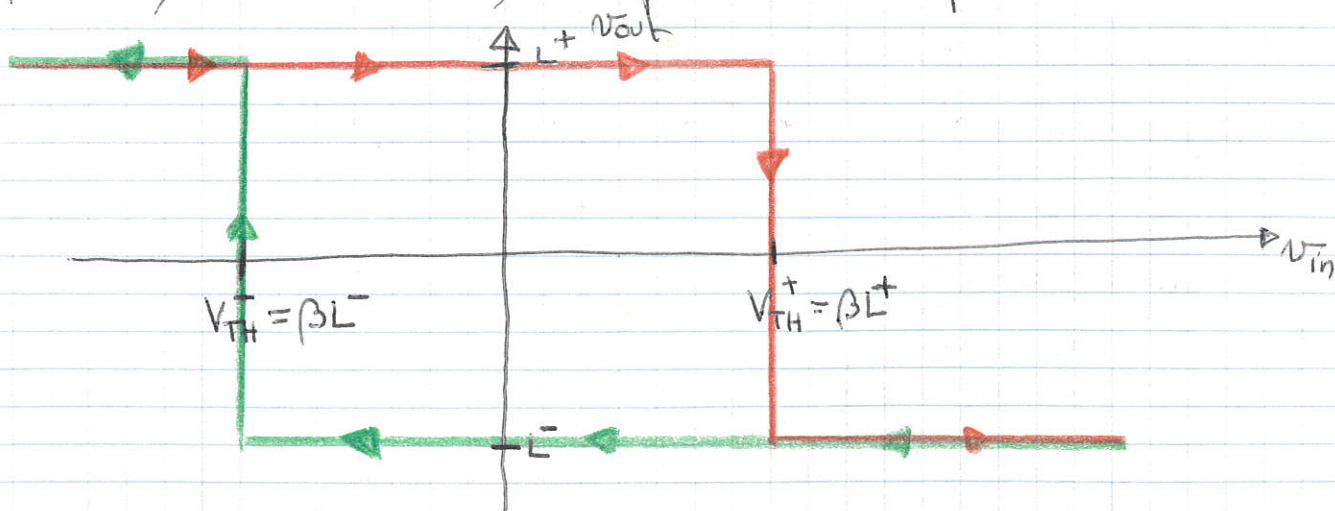
Consideriamo ora che cosa accade quando  $v_{in}$  viene abbassato. Ora  $v^+ = \beta L^- \Rightarrow$  il circuito resta saturato alla tensione di saturazione negativa fino a che  $v_{in}$  non scende al di sotto di  $\beta L^-$ . A quel punto ai morsetti dell'op-amp appare una tensione positiva che è amplificata dal guadagno dell'op-amp e porta l'uscita positiva. L'azione regenerativa della retroazione positiva porta il circuito a saturare alla tensione di saturazione positiva ( $v_{out} = L^+; v^+ = \beta L^+$ )



La caratteristica ingresso-uscita è quella di un comparatore con soglia  $V_{TH}^- = \beta L^-$



Se combiniamo le due caratteristiche di trasferimento otteniamo la caratteristica di trasferimento completa:



Il circuito cambia stato per differenti valori di  $v_{in}$  a seconda che  $v_{in}$  stia crescendo o diminuendo.  $\Rightarrow$  ISTERESI. da "larghezza"

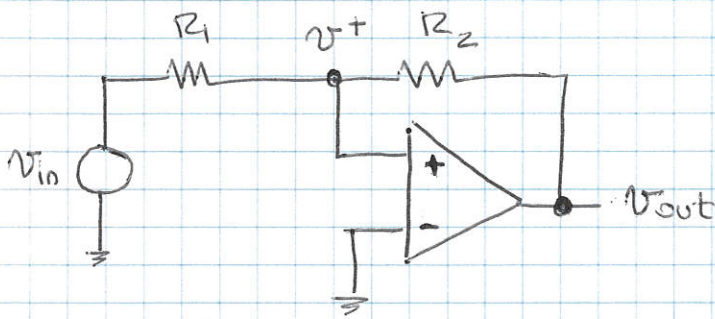


La soglia dell'isteresi è data dalla differenza tra la soglia positiva  $V_{TH}^+$  e la soglia negativa  $V_{TH}^-$ .

Dato che il circuito commuta dalla tensione di natura zlore positiva a quella negativa quando l'ingresso supera la soglia positiva il circuito è detto invertente.

È bene osservare che il segnale  $V_{in}$  serve solo per "triggerare" il cambio di stato dando inizio al processo rigenerativo, pertanto potremmo rimuovere  $V_{in}$  senza alterare il processo rigenerativo  $\Rightarrow V_{in}$  può essere un impulso di breve durata.

Consideriamo ora il Trigger di Schmitt in configurazione non invertente:



$$V^+ = V_{in} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{sovrapposizione degli effetti})$$

$\Downarrow$   
 Se  $V_{out} = L^+$   $\Rightarrow$  ogni ~~esatta~~ <sup>valore positivo</sup> di  $V_{in}$  non altera lo stato del circuito

Per far commutare il bistabile occorre portare  $V_{in}$  negativa e di un valore tale da portare  $V^+$  negativo.

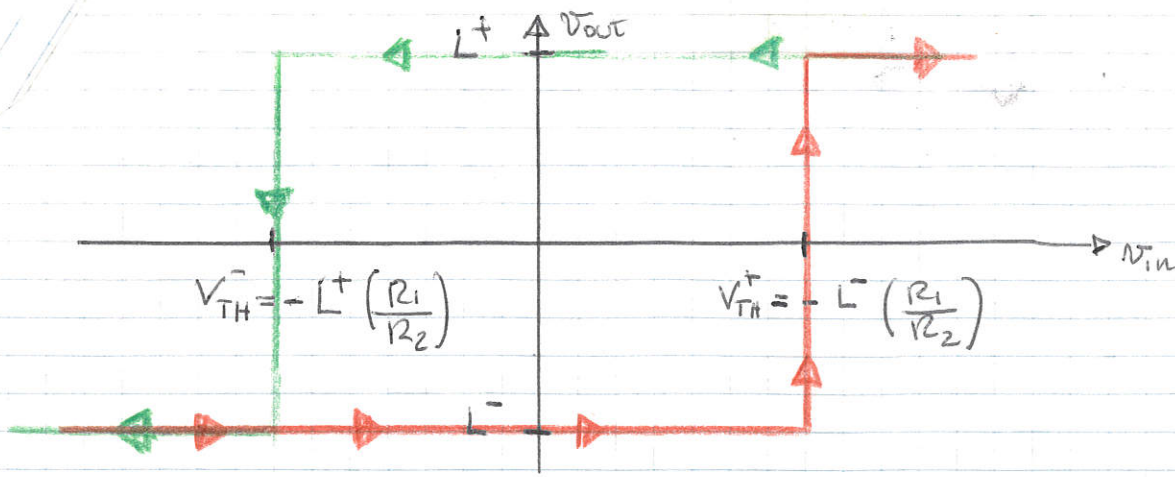
$$\hookrightarrow V_{TH}^- = -L^+ \frac{R_1}{R_2}$$

Se  $V_{out} = L^-$   $\Rightarrow$  ogni valore negativo di  $V_{in}$  non altera lo stato del circuito

Occorre portare  $V_{in}$  positiva per far commutare il circuito

$$\hookrightarrow V_{TH}^+ = -L^- \frac{R_1}{R_2}$$

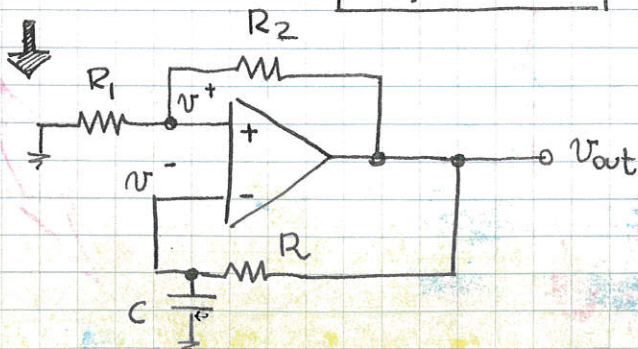
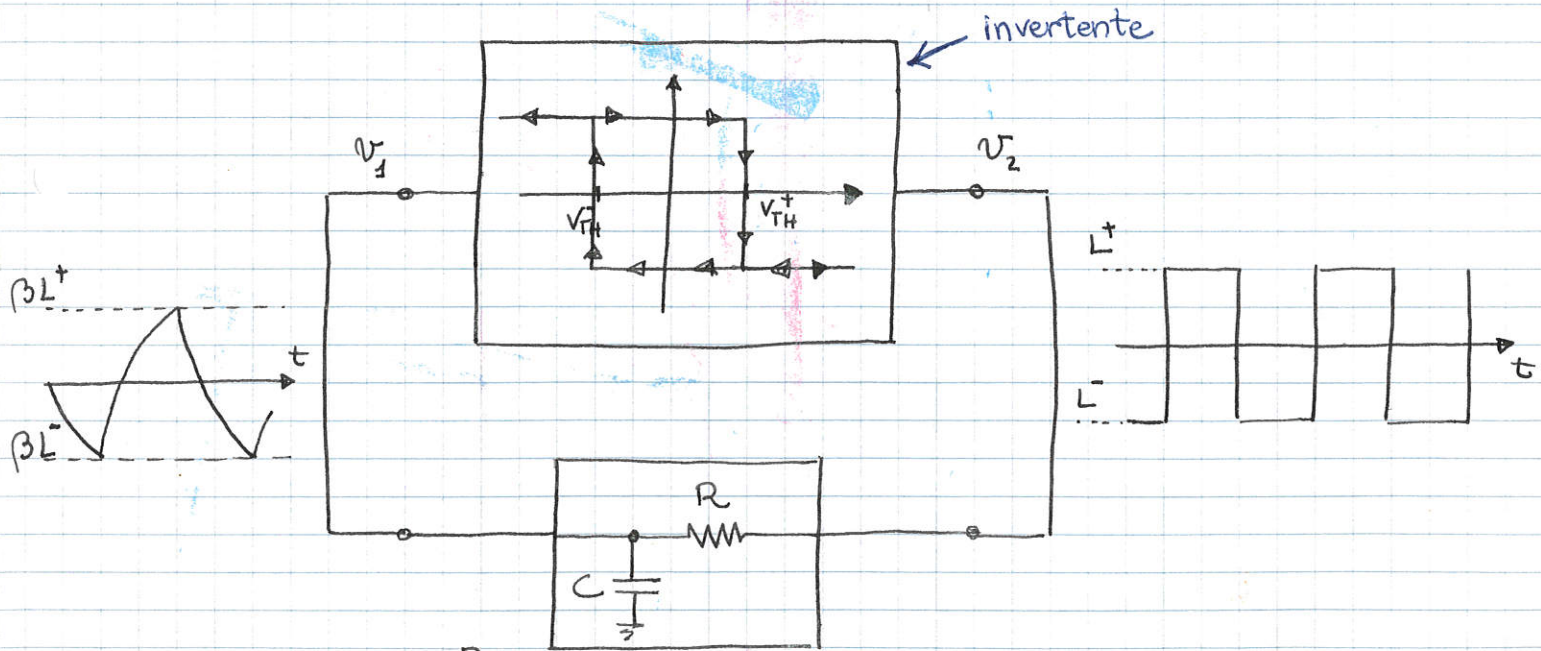




Un segnale in ingresso positivo di valore maggiore di  $V_{TH}^+$  fa commutare l'uscita alla tensione di saturazione negativa, alla tensione di saturazione positiva, perciò il circuito esibisce comportamento non invertente.

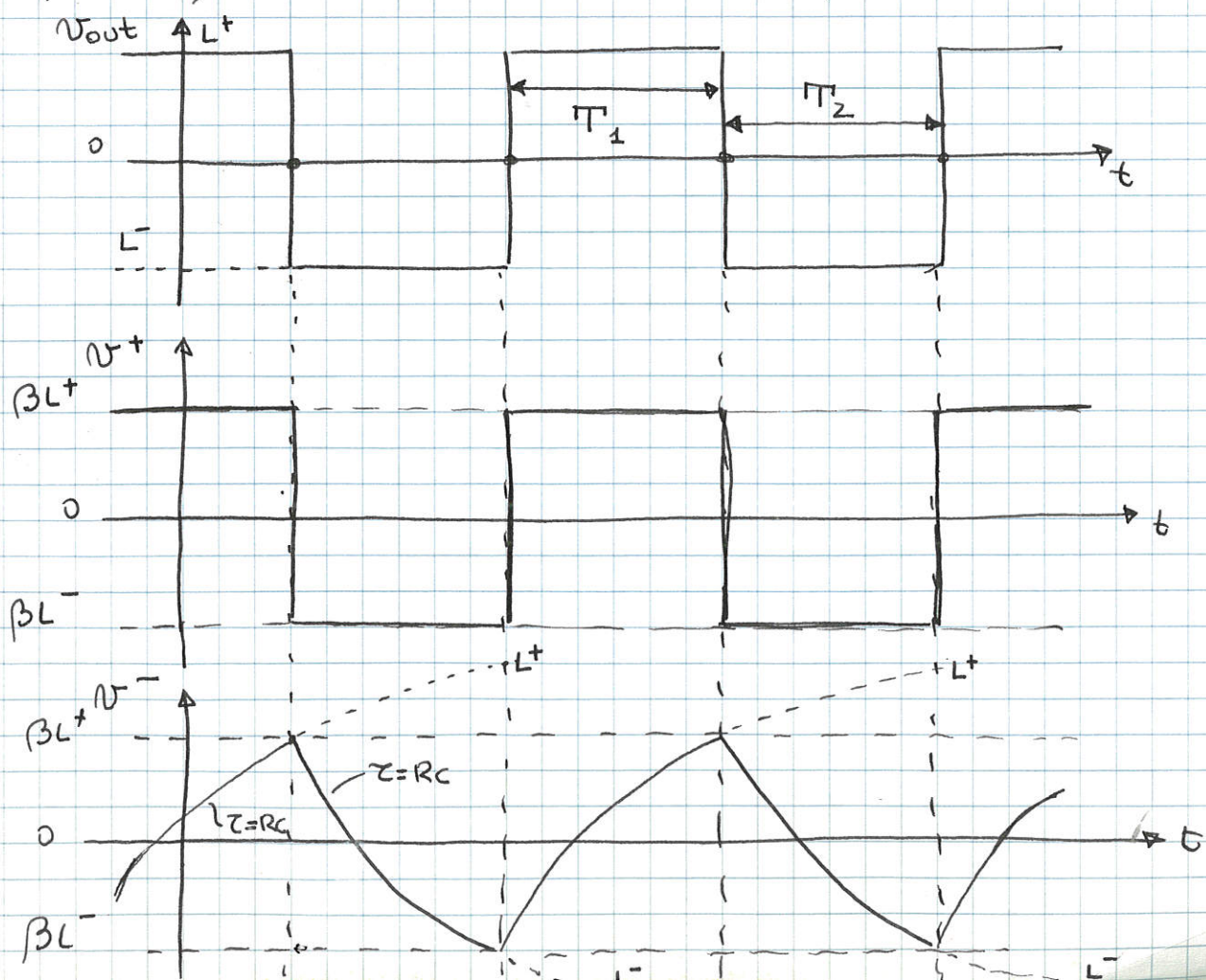
\* GENERATORE DI ONDA QUADRA - MULTIVIBRATORE ASTABILE

Per ottenere un'onda quadra possiamo impiegare un circuito bistabile a cui facciamo periodicamente cambiare stato. Questo può essere implementato connettendo un multivibratore bistabile con una rete RC nell'anello di retroazione.





Supponiamo che l'uscita del Trigger di Schmitt si Trovi in uno dei suoi stati possibili, ad esempio  $L^+$   $\Rightarrow$  Tramite la resistenza  $R$  la capacità  $C$  si carica da Tensione al morsetto invertente,  $v^-$ , cioè, quindi, esponenzialmente con costante di Tempo  $\tau = RC$ , mentre la Tensione al morsetto non invertente si Trova a  $v^+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} L^+ = \beta L^+$ . Questa situazione si perpetua fino a che la Tensione al morsetto invertente (l'ingresso del trigger di Schmitt invertente) non raggiunge il valore  $V_{TH}^+ = \beta L^+ \Rightarrow$  il Trigger di Schmitt commuta; l'uscita si porta a  $v_{out} = L^- \Rightarrow v^+ = \beta L^-$  e la capacità comincia a scaricarsi e la Tensione del morsetto invertente  $v^-$  decresce esponenzialmente, fino a che non raggiunge la soglia  $V_{TH}^- \Rightarrow$  il trigger di Schmitt commuta nuovamente, portando l'uscita alla Tensione  $v_{out} = L^+$ , la capacità riprende a caricarsi ed il ciclo si ripete.





↳ il circuito restituisce un'onda quadra all'uscita dell'amplificatore operazionale.  
 Calcoliamo il periodo  $T$  dell'onda quadra di uscita:

• intervallo  $T_1$ : FASE DI CARICA DELLA CAPACITÀ  $C$

$$v^- = L^+ - (L^+ - \beta L^-) e^{-t/\tau} \quad \tau = RC$$

$$\text{a } t = T_1: v^- = \beta L^+ \Rightarrow \beta L^+ = L^+ - (L^+ - \beta L^-) e^{-T_1/\tau}$$

$$\hookrightarrow T_1 = -\tau \cdot \ln \frac{L^+ (1 - \beta)}{L^+ - \beta L^-} = \tau \cdot \ln \frac{1 - \beta (L^-/L^+)}{1 - \beta}$$

• intervallo  $T_2$ : FASE DI SCARICA DELLA CAPACITÀ  $C$

$$v^- = L^- - (L^- - \beta L^+) e^{-t/\tau}$$

$$\text{a } t = T_2: v^- = \beta L^- \Rightarrow \beta L^- = L^- - (L^- - \beta L^+) e^{-T_2/\tau}$$

$$\hookrightarrow T_2 = -\tau \ln \frac{L^- (1 - \beta)}{L^- - \beta L^+} = \tau \ln \frac{1 - \beta (L^+/L^-)}{1 - \beta}$$

↓  
 PERIODO:  $T = T_1 + T_2 = \tau \left[ \ln \frac{1 - \beta (L^-/L^+)}{1 - \beta} + \ln \frac{1 - \beta (L^+/L^-)}{1 - \beta} \right] =$   
 $= \tau \ln \left[ \frac{(1 - \beta (L^-/L^+)) \cdot (1 - \beta (L^+/L^-))}{(1 - \beta)^2} \right]$

$$\text{se } L^+ = -L^- \Rightarrow T = 2\tau \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}$$

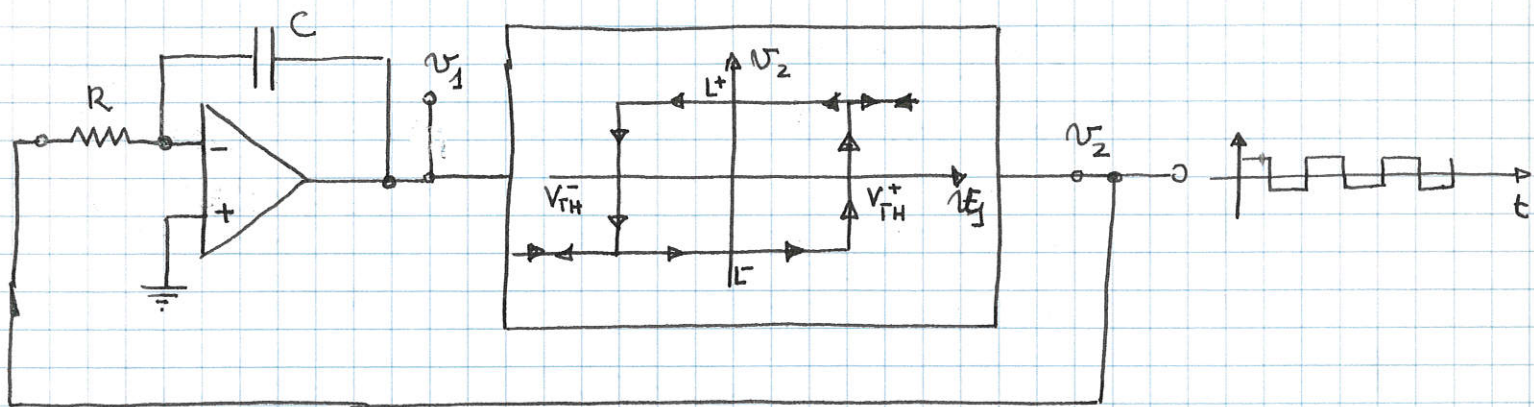
È possibile variare la frequenza dell'onda quadra in uscita cambiando il valore di  $C$  (tipicamente in decadi) e aggiustando con continuità il valore di  $R$  (per aggiustare con continuità la frequenza in ogni decade).

La frequenza del segnale dipende, oltre che da  $\tau$  anche dal rapporto di partizione  $\beta$ . È opportuno che  $\beta$  sia sufficientemente

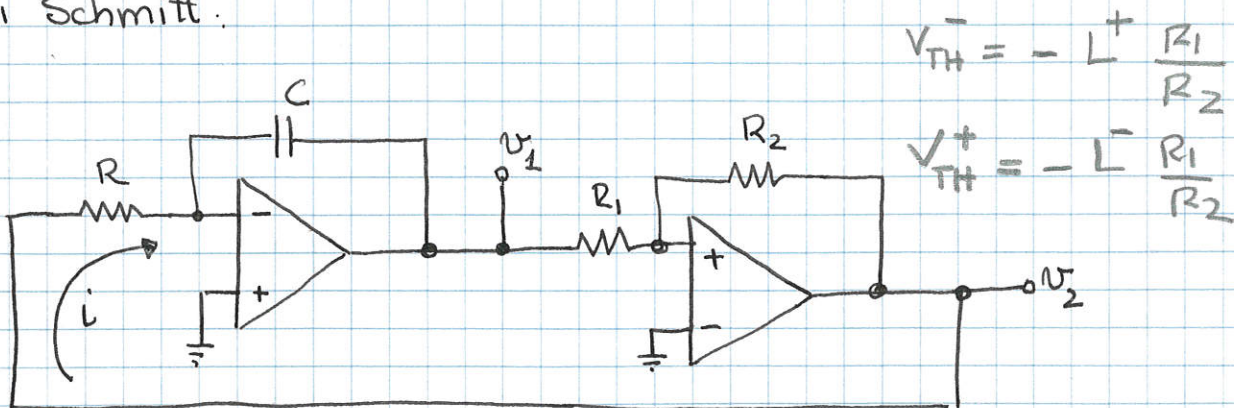
minore di 1 per eritoro un livello di soglia troppo vicino al valore asintotico finale del segnale esponenziale, altrimenti il segnale si invertirebbe il livello di soglia con pendenza ridotta, causando una notevole imprecisione nella commutazione e, quindi, nella frequenza di oscillazione.

Quanto più è piccolo  $\beta$ , tanto più la tensione ai capi del condensatore ha una forma triangolare. È, tuttavia, possibile ottenere un generatore di forme d'onda triangolare con migliore linearità sostituendo al circuito RC in retroazione un integratore.

### \* GENERATORE DI FORMA D'ONDA TRIANGOLARE



Del momento che l'integratore è un circuito invertente deve essere impiegata la versione non-invertente del trigger di Schmitt.



$$V_{TH}^- = -L^+ \frac{R_1}{R_2}$$

$$V_{TH}^+ = -L^- \frac{R_1}{R_2}$$

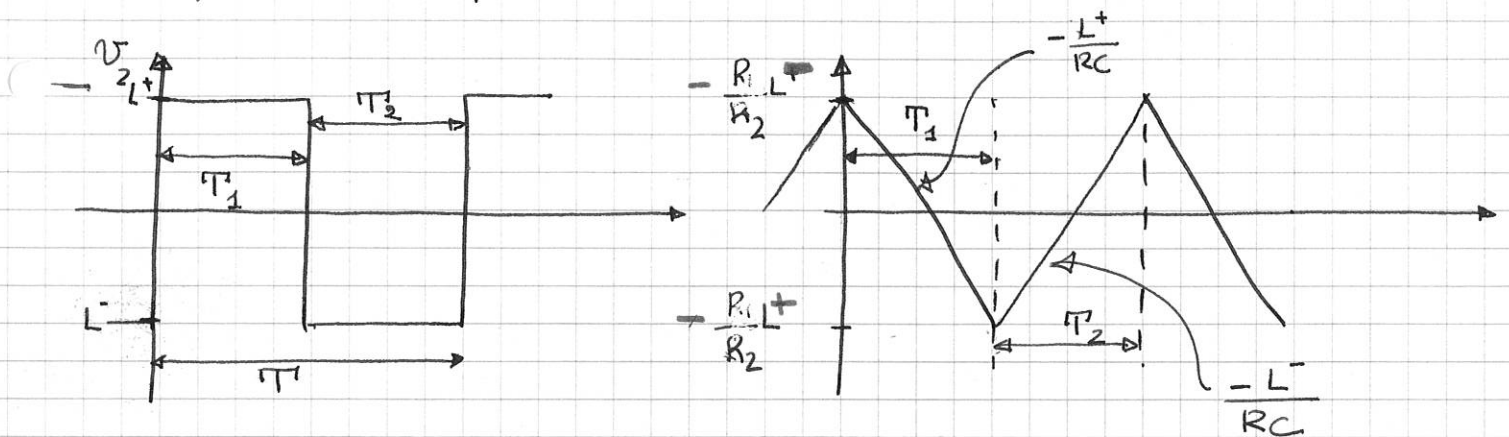
$v_2 = L^+ \Rightarrow i = \frac{v_2}{R} = \frac{L^+}{R}$  è la corrente che carica il condensatore  
 $\hookrightarrow v_1$  decresce linearmente con pendenza  $-\frac{L^+}{RC}$  fino a che



$v_1$  non raggiunge la soglia di commutazione negativa  $V_{TH}^-$   
 $\hookrightarrow v_2 = L^- \Rightarrow$  la corrente attraverso  $R$  cambia verso e la  
 capacità si scarica con una corrente pari a  $\frac{L^-}{R} \Rightarrow$  la  
 Tensione  $v_1$  cresce linearmente con pendenza  $\frac{|L^-|}{RC}$ .

Questo prosegue fino a che la tensione in uscita dell'integratore  
 non raggiunge la soglia di commutazione positiva  $V_{TH}^+$

$\hookrightarrow v_2 = L^+ \Rightarrow$  la corrente nell'integratore cambia direzione e  
 l'uscita dell'integratore decresce linearmente dando luogo  
 ad un nuovo periodo.



$$T_1: \frac{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)L^+ - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)L^-}{\frac{L^+}{RC}} = \frac{L^+}{RC} \Rightarrow T_1 = (RC) \frac{\frac{R_1}{R_2}(L^+ - L^-)}{L^+}$$

$$T_2: \frac{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)L^- - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)L^+}{\frac{L^-}{RC}} = \frac{L^-}{RC} \Rightarrow T_2 = (RC) \frac{\frac{R_1}{R_2}(L^- - L^+)}{L^-}$$



per avere una onda triangolare simmetrica (ed un'onda quadra  
 simmetrica) è sufficiente scegliere  $L^+ = -L^-$

$$\downarrow T_1 = 2\tau \frac{R_1}{R_2}, T_2 = 2\tau \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow T = 4 \frac{R_1 \tau}{R_2}$$