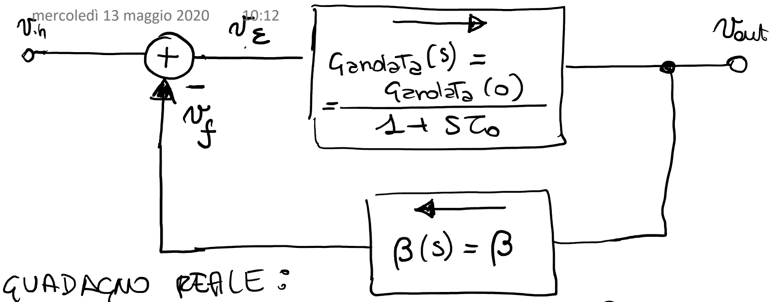
Lezione 17a: Effetto della retroazione sulla banda. Calcolo della funzione di trasferimento reale per via grafica

mercoledì 13 maggio 2020 10:12



GUADAGNO REALE:

GUADAGNO IDEALE

$$G_{reale}(s) = \left.\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}\right|_{reale} = \frac{G_{andata}(0)}{1+G_{andata}(0)\beta} \xrightarrow[G_{andata}(0)\to\infty]{} \boxed{1/\beta}$$

GUADAGNO D'ANELLO: $G_{loop}(s) = -G_{andata}(s)\,\beta(s)$

$$G_{reale}(s) = \frac{G_{andata}(s)}{1-G_{loop}(s)} =$$

$$= \frac{\dfrac{G_{andata}(0)}{1+s\tau_0}}{1+\dfrac{G_{andata}(0)\beta}{1+s\tau_0}} = \frac{\dfrac{G_{andata}(0)}{\cancel{1+s\tau_0}}}{\dfrac{1+s\tau_0+G_{andata}(0)\beta}{\cancel{1+s\tau_0}}} =$$

$$= \frac{G_{andata}(0)}{\underbrace{1+G_{andata}(0)\beta}+s\tau_0} =$$

$$= \frac{G_{andata}(0)}{1+\underbrace{G_{andata}(0)\beta}_{-G_{loop}(0)}} \cdot \frac{1}{1+s\dfrac{\tau_0}{\underbrace{1+G_{andata}(0)\beta}}}$$

$$G_{reale}(s) = \underbrace{\frac{G_{andata}(0)}{1-G_{loop}(0)}}_{G_{reale}(0)} \cdot \frac{1}{1+s\dfrac{\tau_0}{\underbrace{1-G_{loop}(0)}}}$$

NON RETROAZIONATO	RETROAZIONATO
• GUADAGNO in continua $G_{andata}(0)$	• Guadagno in continua $\dfrac{G_{andata}(0)}{1-G_{loop}(0)}$
• Polo $f_p = \dfrac{1}{2\pi\tau_0}$ ⇩ Prodotto guadagno - larghez	• Polo ad anello chiuso $f_p = \dfrac{1-G_{loop}(0)}{2\pi\tau_0}$

⇓

Prodotto guadagno - larghezza di banda

$$\frac{G_{andata}(0)}{2\pi\tau_0}$$

$$f_p = \frac{1 - G_{loop}(0)}{2\pi\tau_0}$$

⇓ Prodotto guadagno banda

$$\underbrace{\frac{G_{andata}(0)}{\cancel{1-G_{loop}(0)}}}_{\text{guadagno}} \cdot \underbrace{\frac{\cancel{1-G_{loop}(0)}}{2\pi\tau_0}}_{\text{polo}}$$

↳ EFFETTO DELLA RETROAZIONE SULLA BANDA

* riduce il guadagno in continua di un fattore $1 - G_{loop}(0)$
* aumenta la banda del circuito di un fattore $1 - G_{loop}(0)$

↳ conserva il prodotto guadagno - larghezza di banda

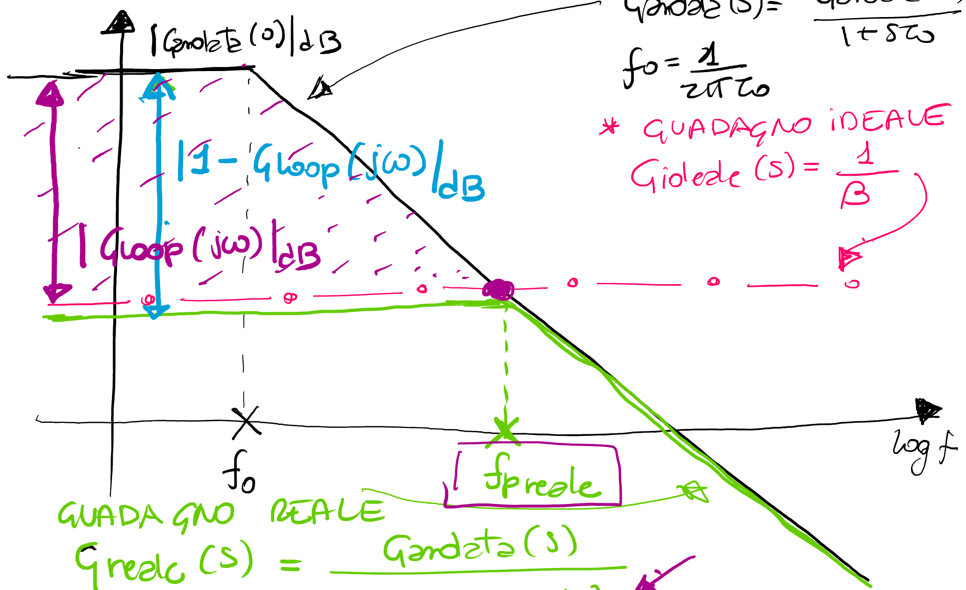
* GUADAGNO D'ANDATA

$$G_{andata}(s) = \frac{G_{andata}(0)}{1 + s\tau_0}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0}$$

* GUADAGNO IDEALE

$$G_{ideale}(s) = \frac{1}{\beta}$$



GUADAGNO REALE

$$G_{reale}(s) = \frac{G_{andata}(s)}{1 - G_{loop}(s)}$$

$$\boxed{|G_{reale}(j\omega)|_{dB}} = 20\log_{10}\left|\frac{G_{andata}(j\omega)}{1 + G_{andata}(j\omega)\beta}\right| =$$

$$= 20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)| +$$

$$- 20\log_{10}|1 + G_{andata}(j\omega)\beta| =$$

$$= \boxed{20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)|} +$$

$$- 20\log|1 - G_{loop}(j\omega)|$$

$$\boxed{G_{loop}(s) = - G_{andata}(s)\beta(s)}$$

$$G_{loop}(s) = -G_{andata}(s)\,\beta(s)$$

$$|G_{loop}(j\omega)|_{dB} = |G_{andata}(j\omega)\,\beta(j\omega)|_{dB} =$$

$$= 20\log_{10}|G_{andata}(j\omega)| +$$

$$+ 20\log_{10}|\beta(j\omega)| =$$

$$= |G_{andata}(j\omega)|_{dB} + |\beta(j\omega)|_{dB} =$$

$$= |G_{andata}(j\omega)|_{dB} - \underbrace{|1/\beta(j\omega)|_{dB}}_{|G_{ideale}(j\omega)|_{dB}}$$

$$|G_{loop}(j\omega)|_{dB} = |G_{andata}(j\omega)|_{dB} - |G_{ideale}(j\omega)|_{dB}$$

$$\rightarrow G_{andata}(s) = -G_{loop}(s)\frac{1}{\beta(s)} =$$

$$= -G_{loop}(s)\,G_{ideale}(s).$$

METODO DI CALCOLO DELLA FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DI UN CIRCUITO RETROAZIONATO AD ANELLO CHIUSO PER VIA GRAFICA

1. Calcolo $G_{ideale}(s)$. [suppongo la retroazione ideale, cioè $G_{loop}(0) \to \infty$] dall'analisi del circuito

2. Calcolo $G_{loop}(s)$ (... è il calcolo di un guadagno di un circuito non retroaz. dall'analisi del circuito

3. Calcolo matematicamente $G_{andata}(s)$

$$G_{andata}(s) = -G_{id}(s)\,G_{loop}(s)$$

4. Traccio sul medesimo diagramma di Bode del modulo.

   * $|G_{andata}(j\omega)|_{dB}$
   * $|G_{ideale}(j\omega)|_{dB}$

5. Quando $|G_{andata}(j\omega)|_{dB} = |G_{ideale}(j\omega)|_{dB}$

$\hookrightarrow |G_{loop}(j\omega)| = 1$.

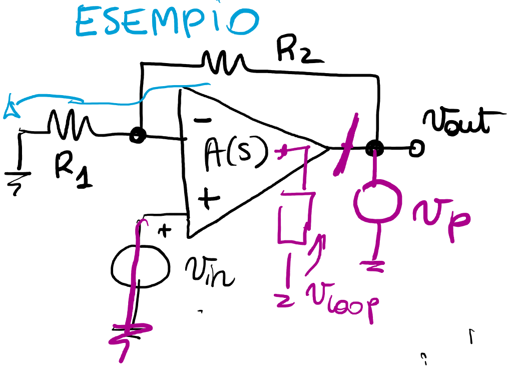
$\Downarrow$ polo ad anello chiuso !!!

$$G_{reale}(s) = \frac{G_{andata}(s)}{1 - G_{loop}(s)}$$

polo di G_{reale} si ha quando

$$1 - G_{loop}(s) = 0$$

ESEMPIO



$$A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$A_0 = 80\,dB$

$f_{p_1} = \frac{1}{2\pi\tau_1} = 500\,kHz$

$f_{p_2} = \frac{1}{2\pi\tau_2} = 20\,MHz$

$R_2 = 100\,k\Omega$

$R_1 = 100\,\Omega$

① CALCOLO $G_{ID}(S)$

$$G_{ideale}(s) = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{100\,k\Omega}{100\,\Omega} = 1001 \simeq 60\,dB$$

② Calcolo $G_{loop}(s)$

$$G_{loop}(s) = -\frac{R_1}{R_1+R_2} A(s) =$$

$$= -\frac{R_1}{R_1+R_2} \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

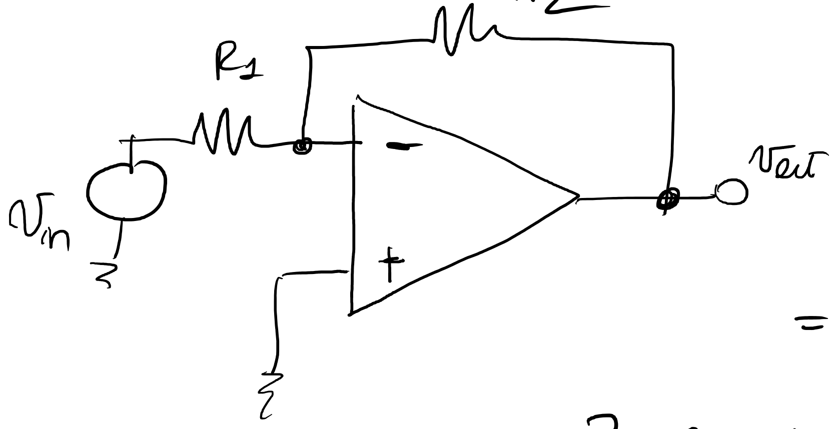
③ Calcolo $G_{andata}(s)$

$$G_{andata}(s) = -G_{ideale}(s)\, G_{loop}(s) =$$

$$= +\underbrace{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}_{\frac{R_1+R_2}{R_1}} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2} A(s) =$$

$= A(s)$

$$= A(s)\ \frac{R_1+R_2}{R_1}$$



CONFIG. INVERTENTE

1. $G_{ideale} = -R_2/R_1$

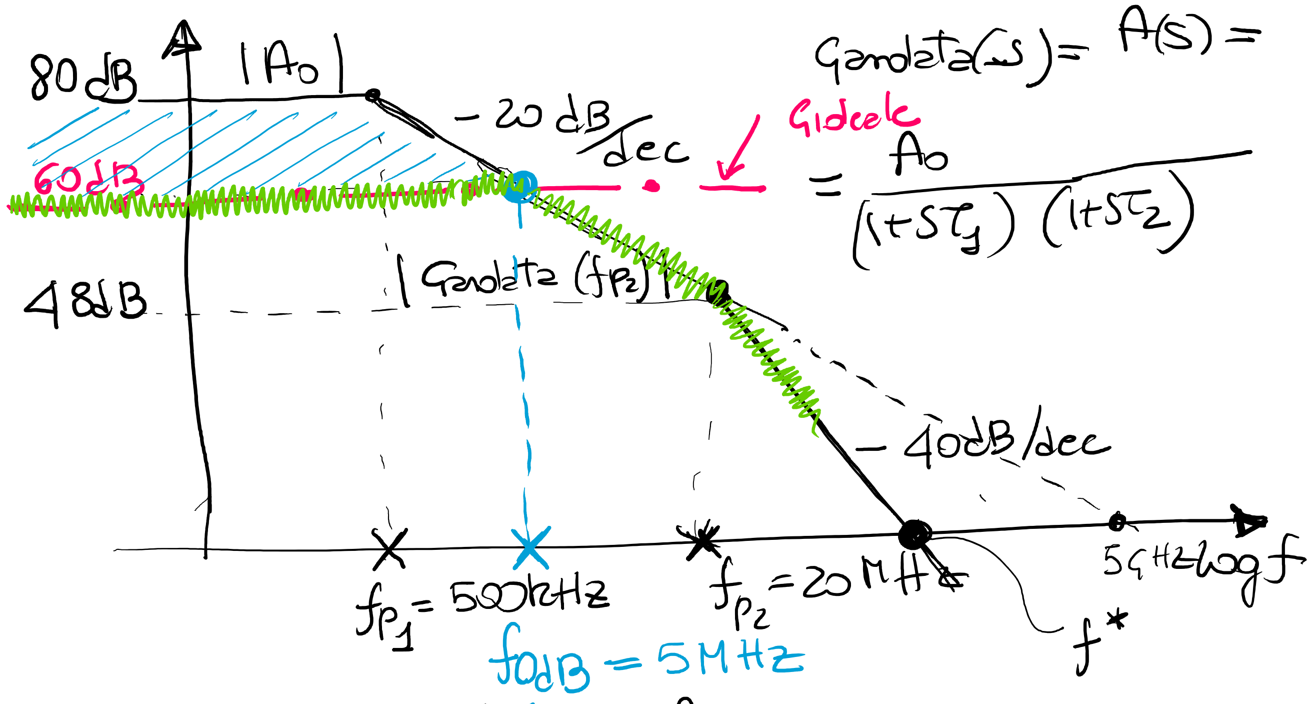
2. $G_{loop} =$

$$= -\frac{R_1}{R_1+R_2}\,A(s)$$

3. $G_{andata}(s) = -G_{id} \times G_{loop}$

$$= -\frac{R_2}{\cancel{R_1}} \cdot \frac{\cancel{R_1}}{R_1+R_2}\,A(s) =$$

$$= -\frac{R_2}{R_1+R_2}\,A(s)$$



$$G_{andata}(s) = A(s) = \frac{A_0}{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)}$$

$$|G_{andata}(j\omega)| = \frac{A_0}{\sqrt{1+\omega^2\tau_1^2}\ \sqrt{1+\omega^2\tau_2^2}}$$

$$|G_{andata}(f_{P_2})| \cdot f_{P_2} = |G_{andata}(f_{P_1})| \cdot f_{P_1} =$$

$$|G_{andata}(f_{p2})| \cdot f_{p2} = |G_{andata}(f_{p1})| \cdot f_{p1}$$

$$|G_{andata}(f_{p2})| = |G_{andata}(f_{p1})| \frac{f_{p1}}{f_{p2}} =$$

$$= 10^4 \frac{500\,kHz}{20\,MHz} = 25 \times \frac{10^4}{10^3} =$$

$$= 250$$

FREQUENZA A cui $|G_{loop}(j\omega)| = 1$

$$|G_{andata}(j\omega)| \cong \frac{A_0}{\omega\tau_1 \, \omega\tau_2} = \frac{A_0}{\omega^2 \tau_1 \tau_2}$$

$$|G_{andata}(f_{p_2})| \, f_{p_2}^2 = f^{*2} \cdot 1$$

$$f^* =$$

Calcolo f_{0dB} (frequenza a cui $|G_{loop}(j\omega)| = 1$, cioè posizione del polo ad anello chiuso

$$|G_{andata}(0)| \, f_{p_1} = |G_{ideale}(0)| \, f_{0dB}$$

$$f_{0dB} = \frac{|G_{andata}(0)| \, f_{p1}}{G_{ideale}(0)} = \frac{10^4 \, 500\,kHz}{10^3} =$$

$$= \underline{5\,MHz}$$