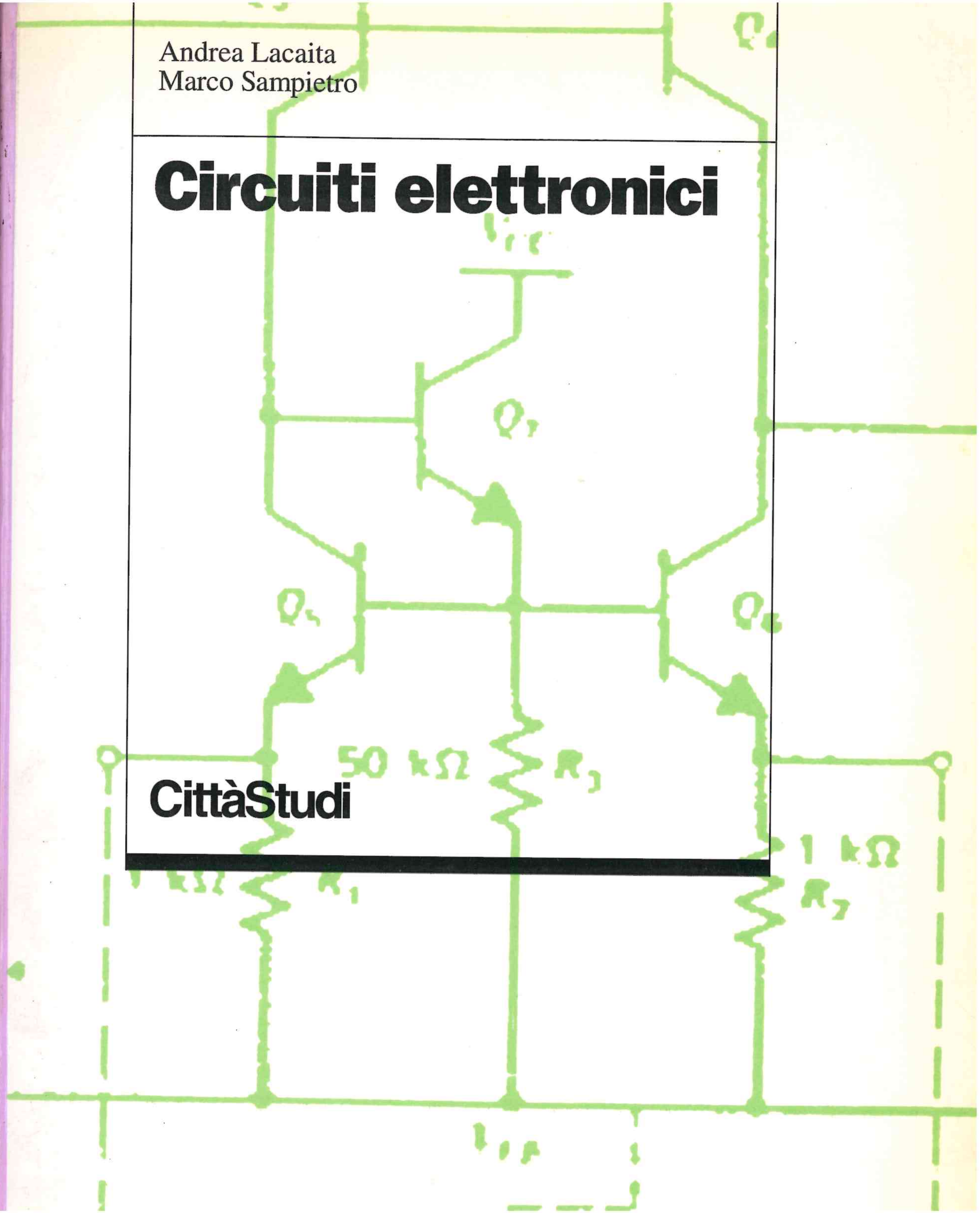
Andrea Lacaita
Marco Sampietro

Circuiti elettronici

CittàStudi



$$e(t) = n^2 \Lambda \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt} \; ; \tag{1.2}$$

la quantità $L=n^2\Lambda$ è detta induttanza della bobina. Per opporsi all'aumento di i(t), la forza elettromotrice tenderà a far aumentare il potenziale del morsetto rispetto a cui la corrente i(t) è entrante. Essa avrà pertanto il segno indicato nella Fig. 1.1.

Per ottenere una elevata induttanza, è necessario avvolgere molte spire attorno a materiali ferromagnetici che presentano alta permeabilità magnetica. Gli induttori, oltre che presenti come componenti negli alimentatori nella forma di trasformatori, sono usati regolarmente nei circuiti a radio-frequenza con valori che vanno dalla decina di nanohenry a qualche decina di microhenry. Vengono invece raramente impiegati negli altri campi per l'impossibilità di essere integrati. Tuttavia, è bene ricordare che anche il semplice filo metallico che collega due componenti di un circuito si comporta da induttanza. Infatti, quando è percorso da corrente variabile, esso genera un campo magnetico variabile. Le variazioni del flusso magnetico concatenato con i percorsi conduttori chiusi di un circuito inducono in essi forze elettromotrici che, nonostante il piccolissimo valore di L, possono non essere più trascurabili quando i segnali i(t) sono ad alta frequenza.

1.1.4 Le leggi di Kirchhoff

L'analisi delle reti elettriche a parametri concentrati è fondata sulla applicazione delle leggi di Kirchhoff, che qui richiamiamo:

Legge di Kirchhoff ai nodi:
la somma algebrica di tutte le correnti che fluiscono nei conduttori concorrenti in un nodo è nulla.

Legge di Kirchhoff alle maglie:
la somma algebrica delle tensioni elettriche misurate ordinatamente tra i nodi di una maglia è nulla.

E' importante sottolineare come le leggi di Kirchhoff siano un caso particolare delle più generali equazioni di Maxwell. La prima esprime la solenoidalità della corrente di conduzione nei conduttori. La seconda esprime la irrotazionalità del campo elettrico. E' ben noto che le suddette condizioni sono verificate solo in regime stazionario. In presenza di segnali elettrici variabili nel tempo non è la sola corrente di conduzione, ma la corrente totale (somma della corrente di conduzione e di quella di spostamento) ad essere solenoidale. Ciò è espresso dall'equazione:

$$\mathrm{div}\left(\vec{J}+\frac{\delta\vec{D}}{\delta t}\right)=0\,.$$

Analogamente, in presenza di campi magnetici variabili, la irrotazionalità del campo elettrico non è più verificata, ma:

$$\mathrm{rot}\left(\vec{E}\right)=-\frac{\delta\vec{B}}{\delta t}\,.$$

Si consideri per esempio la rete della Fig. 1.2*a*, costituita dai due conduttori che collegano un generatore G ad un utilizzatore U. Nella più semplice schematizzazione elettrica di questa rete i conduttori sono rappresentati come collegamenti a resistività nulla. In base alle leggi di Kirchhoff risulta i(0,t)=i(L,t) e v(0,t)=v(L,t).

Queste condizioni sono certamente verificate in regime stazionario, ma in presenza di segnali variabili nel tempo si deve tener presente che i due conduttori costituiscono un sistema capacitivo e che le correnti variabili che li attraversano creano campi magnetici variabili ed inducono forze elettromotrici. La descrizione più accurata della rete, anche nell'ipotesi di avere due conduttori di conducibilità infinita, porterebbe all'adozione del modello a parametri distribuiti della Fig 1.2*b*, dove L e C sono l'induttanza e la capacità per unità di lunghezza. Si noti come la

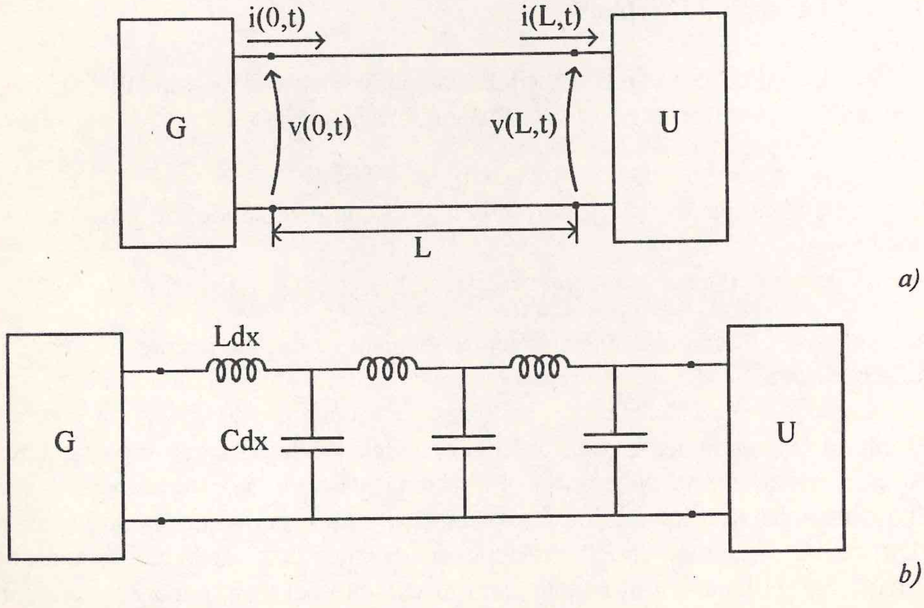


Fig. 1.2 *a) Semplice rete di collegamento tra un generatore ed un utilizzatore; b) schematizzazione elettromagnetica dei conduttori di collegamento.*

presenza delle capacità C(x) descriva la presenza di effetti di induzione elettrica tra i conduttori affacciati e quindi la presenza di correnti di spostamento (o dielettriche) proporzionali a $d\bar{D}/dt$, ovvero a $dv(x,t)/dt$, tra i conduttori. E' la corrente totale, rappresentata dalla somma $i_c(x,t)+i_d(x,t)$, ad essere solenoidale. Analogamente, la presenza delle induttanze rappresenta la presenza di effetti di induzione magnetica proporzionali a $d\bar{B}/dt$, ovvero a $di(x,t)/dt$. In generale, se x_1 ed x_2 sono due punti del conduttore, la tensione $v(x_1,t)$ è diversa da $v(x_2,t)$, e non è certamente vero che $v(0,t)=v(L,t)$.

In definitiva, la descrizione di una rete a parametri concentrati e la sua analisi sulla base delle leggi di Kirchhoff reggono, pur di poter trascurare gli effetti di induzione elettrica e magnetica tra i conduttori. Gli effetti induttivi e capacitivi devono poter essere confinati solo in alcune regioni della rete e rappresentati da induttori e condensatori concentrati. Giacché questi effetti sono proporzionali alla derivata delle correnti e delle tensioni, si intuisce che l'applicabilità delle leggi di Kirchhoff è ragionevole purché i segnali elettrici nella rete non siano rapidamente variabili. Questa condizione è detta di **quasi-stazionarietà**.

Per fissare le idee, si consideri che alla frequenza di 2GHz (frequenza di lavoro di un preamplificatore impiegato nei sistemi di tramissione su fibra ottica) l'impedenza di una capacità di 1pF presente tra due linee di segnale ($1/\omega C$) è di soli 80Ω. Le due linee, quindi, non sono isolate, ma significativamente accoppiate, per induzione elettrica. D'altro canto una pista con induttanza di 10nH, invece di essere ad elevata conducibilità, presenterebbe una impedenza di 125Ω! A queste frequenze non è più possibile trascurare gli effetti capacitivi ed induttivi sui conduttori e quindi crolla la descrizione del circuito elettrico a parametri concentrati e la sua analisi nei termini espressi dalle leggi di Kirchhoff.

1.2 RETI ELETTRICHE NEL DOMINIO DEL TEMPO

Tenendo conto delle riserve prima illustrate, lo studio dell'andamento nel tempo delle grandezze elettriche, corrente e tensione, nei vari punti dei circuiti sarà ricondotto all'analisi di reti lineari a parametri concentrati, in cui sono trascurati gli effetti di propagazione del segnale lungo i conduttori. A tal proposito si ricorda che l'evoluzione temporale di una simile rete è retta da equazioni differenziali lineari alle derivate ordinarie a coefficienti costanti e di ordine pari al numero degli elementi reattivi indipendenti presenti nella rete. I condensatori e gli induttori sono **dipendenti** quando sono riducibili (ad esempio, condensatori in serie o in parallelo), o quando la loro condizione energetica è vincolata al rispetto di un legame (ad