# RICHIAMI DI ELETTROTECNICA

## RESISTORI

Vale la legge di Ohm

$$v(t) = R \cdot i(t)$$

- valori elettrotecnica $\left.\begin{array}{l} 100 \div 10'000\,V \\ 1 \div 1000\,A \end{array}\right\} P > 1\,kW$
- valori elettronica $\left.\begin{array}{l} \sim 10\,V \\ \sim 1\,mA \end{array}\right\} P \sim 1-100\,mW$ fino a $1\,W$

$\Downarrow$

$R \sim 100\,\Omega - 100\,k\Omega$ con una tolleranza sul valore reale.

- È compito del progettista elettronico realizzare circuiti le cui prestazioni dipendono dal valore reale solo di alcuni tra i componenti usati;
- ATTENZIONE: occorre in generale dimensionare R, ma bisogna anche fare attenzione alla potenza dissipata ($\frac{1}{4}W$, $\frac{1}{2}W$, $1W$, $5W$)

## LEGGI DI KIRCHHOFF

Analisi delle reti a parametri concentrati / regime stazionario

→ AI NODI $\quad \sum_i i = 0 \quad$ (somma algebrica delle correnti che fluiscono nei conduttori concorrenti in un nodo è nulla)

↳ solenoidalità della corrente di conduzione

→ ALLE MAGLIE $\quad \sum_i V = 0 \quad$ (somma algebrica delle tensioni elettriche misurate ordinatamente tra i nodi di una maglia è nulla)

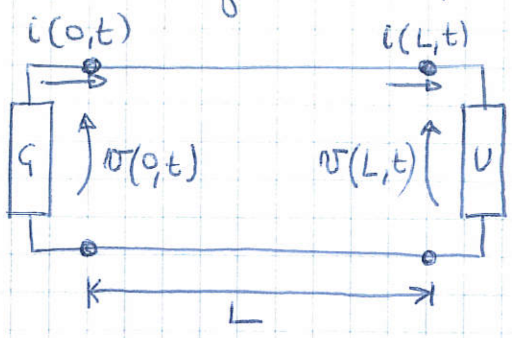
↳ irrotazionalità del campo elettrico.

Se sono presenti segnali variabili nel tempo è la corrente totale (somma di corrente di conduzione e spostamento) ad essere solenoidale.

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \text{div}\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) = 0$$

$$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Consideriamo un generico GENERATORE e un UTILIZZATORE:

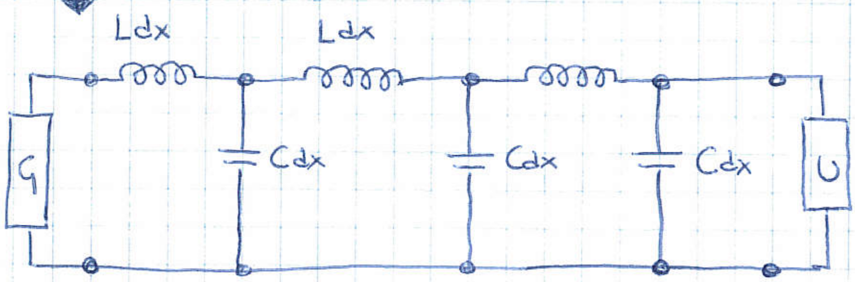



* in regime stazionario, conduttori rappresentati come collegamenti a resistività nulla:

$$i(0,t) = i(L,t) \quad ; \quad v(0,t) = v(L,t)$$

* in presenza di segnali variabili nel tempo, i due conduttori costituiscono un sistema capacitivo e le correnti variabili nel tempo che li attraversano creano campi magnetici variabili e inducono forze elettromotrici.

↓




L, C = induttanza e capacità per unità di lunghezza

- $i_c(x,t) + i_d(x,t)$ è solenoidale

  corr. conduz. — corr. di spostamento

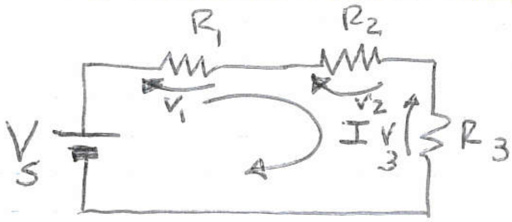
- $v(x_1,t) \neq v(x_2,t)$ a causa di effetti di induzione magnetica

↓

la descrizione di una rete a parametri concentrati (ignorati effetti di induzione tra i conduttori) e la sua analisi mediante leggi di Kirchhoff sono valide a patto di poter trascurare gli effetti di induzione elettrica e magnetica tra conduttori, che vengono confinati in alcune zone della rete e rappresentati da induttori e condensatori concentrati.

# LEGGI DI KIRCHHOFF

## # LEGGE DI KIRCHHOFF DELLE TENSIONI (KVL)




$$V_S = V_1 + V_2 + V_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = I\, R_{TOT}$$

$$\hookrightarrow I = \frac{V_S}{R_{TOT}}$$

Se ci chiediamo quale sia la tensione ai capi di $R_2$:

$$V_2 = I R_2 \Rightarrow V_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} V_S$$

⇓

in generale PARTITORE DI TENSIONE

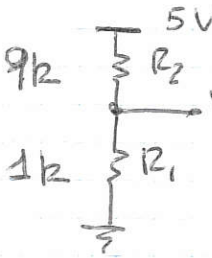
$$V_x = \frac{R_x}{R_{TOT}} V_S$$

resistenza ai cui capi vogliamo conoscere la tensione

Tensione totale applicata ai capi della serie

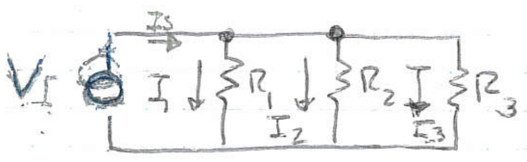
Tensione ai capi della resistenza $R_x$

valore totale della serie di resistenze nel ramo




$$V_A = \frac{R_1}{R_1 + R_2} * 5V = 0.5V$$

## # LEGGE DI KIRCHHOFF DELLE CORRENTI (KCL)

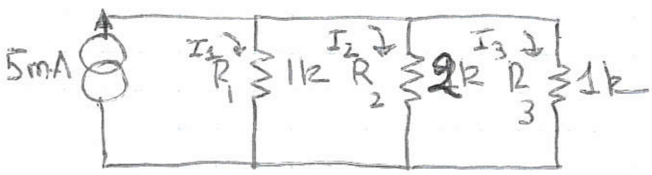



$$I_S = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_S = V/(R_1 \| R_2 \| R_3)$$

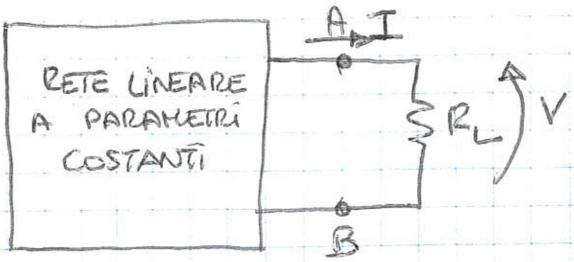
Quale corrente fluisce in $R_2$ ⇒ PARTITORE DI CORRENTE

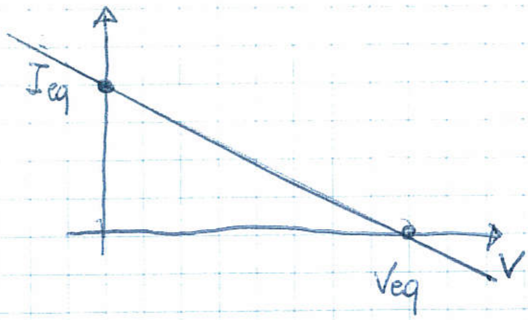
$$V = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{(R_1 \| R_3)}{(R_1 \| R_3) + R_2} I_S$$




$$\Rightarrow I_2 = \frac{(1k \| 1k)}{(1k \| 1k) + 2k} I_S = 1mA$$

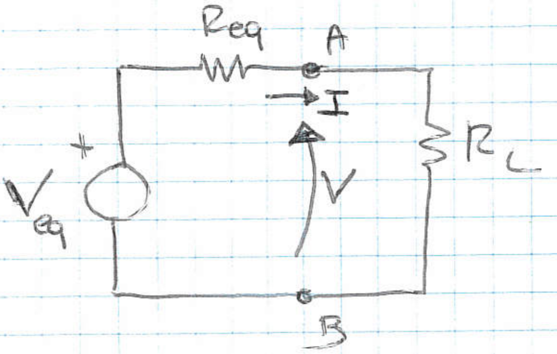
## * EQUIVALENTE THEVENIN E NORTON

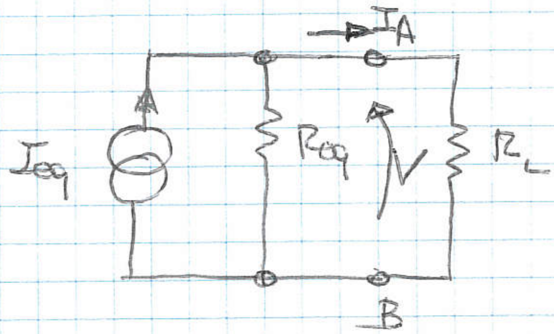



Eq. Thevenin

Eq. Norton



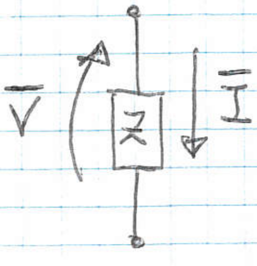

$R_{eq}$ : spengo tutti i generatori indipendenti e guardo la resistenza che vedo a quei morsetti (A,B)

$V_{eq}$ : calcolo la tensione a vuoto ai morsetti A, B

$I_{eq}$ : calcolo la corrente di cortocircuito

$$R_{eq} = \frac{V_{eq}}{I_{eq}}$$

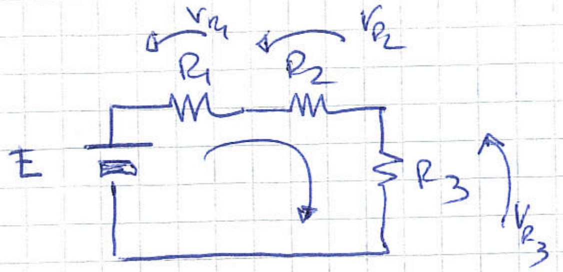
## * CONCETTO DI IMPEDENZA




$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$ IMPEDENZA DEL BIPOLO

Se le grandezze elettriche forzanti di un circuito lineare a parametri costanti variano sinusoidalmente nel tempo alla stessa frequenza ⇒ le variabili elettriche di uscita sono sinusoidi alla stessa frequenza una volta esaurito il transitorio di accensione -

PARTITORE DI TENSIONE




Per ~~legge di~~ Kirchhoff delle Tensioni:

$$E = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3}$$

Per la legge di Ohm:

$$V_{R_i} = I R_i \Rightarrow I = \frac{E}{R_1+R_2+R_3}$$

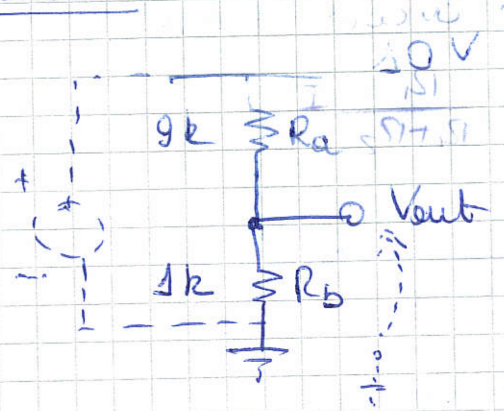
$$\boxed{V_{R_3} = I R_3 = E \frac{R_3}{R_1+R_2+R_3}}$$ PARTITORE DI TENSIONE

$$V_x = E \frac{R_x}{\sum_1 R_i}$$

resistenze di cui capi misuro la Tensione

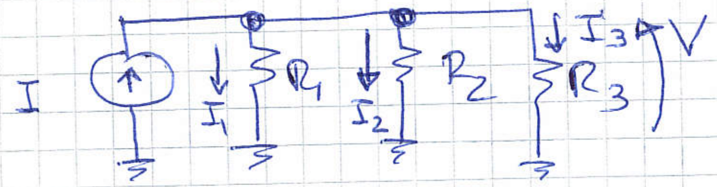
somma delle resistenze della maglia

ESERCIZIO




$$V_{out} = \frac{R_b}{R_a+R_b} = \frac{1k}{(1+9)k} 10V = 1V$$

PARTITORE DI CORRENTE




Per la legge di Kirchhoff delle correnti

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

inoltre per la legge di Ohm $I_i = V/R_i$

$$I = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = V / R_1 \| R_2 \| R_3$$

$$\Downarrow$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = I \frac{R_1 \| R_2 \| R_3}{R_2} = I \frac{R_1\|R_3 \cdot \cancel{R_2}}{R_1\|R_3 + R_2} \cdot \frac{1}{\cancel{R_2}} =$$

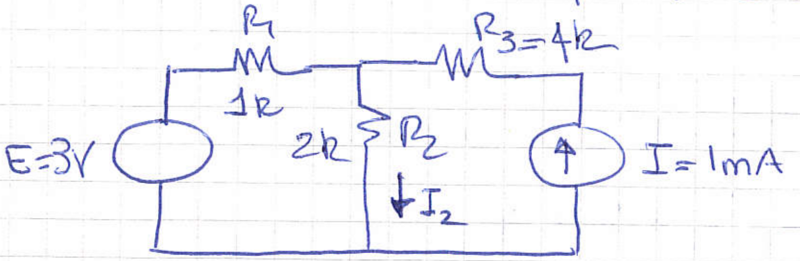
$$= I \frac{R_1\|R_3}{R_2 + R_1\|R_3}$$ PARTITORE DI CORRENTE

$$I_x = I \frac{R_y}{R_x + R_y}$$

$R_{eq}$ dei rami in cui non vedo.

somme della R del ramo in cui vedo e non vedo

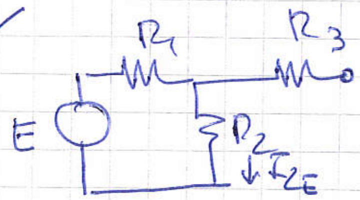
# SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI




Circuito lineare
⇓
sovrapposizione degli effetti

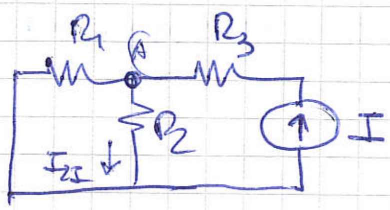
$$I_2 = I'_{2_E} + I_{2_I}$$

E/




$$I_{2_E} = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

I




$R_3$ non conta: è in serie a un gen. di corrente ideale

partitore di corrente in A

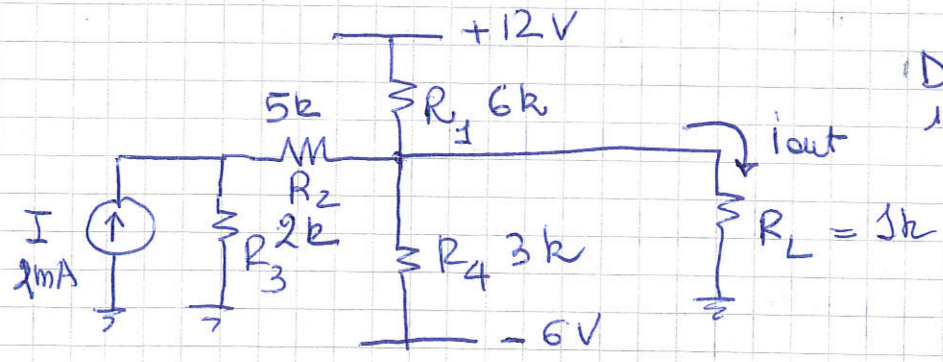
$$I_{2_I} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

⇓

$$I_2 = I_{2_E} + I_{2_I} = \frac{E}{R_1 + R_2} + I \frac{R_1}{R_1 + R_2} =$$

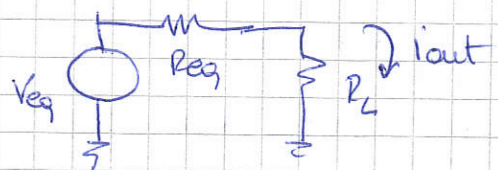
$$= \frac{3V}{3k} + 1mA \frac{1k}{3k} = \frac{4}{3} mA$$

ESERCIZIO



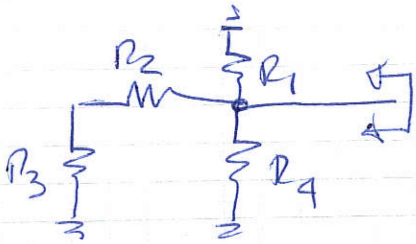

Determinare la corrente $i_{out}$ che fluisce in $R_L$

- Circuito lineare ⇒ eq. Thevenin e sovrapposizione degli effetti




$$i_{out} = \frac{V_{eq}}{R_{eq} + R_L}$$

• $R_{eq}$: spengo tutti i gen. forzanti

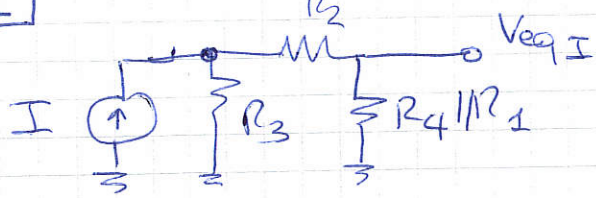



$$R_{eq} = R_1 \| R_4 \| (R_2+R_3) =$$
$$= 6k \| 3k \| 7k = \frac{6 \cdot 3k}{6+3} \| 7k =$$
$$= 2k \| 7k = \frac{7 \cdot 2}{7+2} = \frac{14}{9} k = 1.55 k$$

• $V_{eq}$: sovrapposizione degli effetti, calcolo la tensione a vuoto

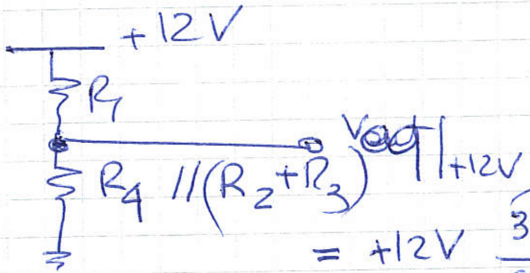
$$V_{eq} = V_{eq}|_I + V_{eq}|_{+12V} + V_{eq}|_{-6V}$$

I)



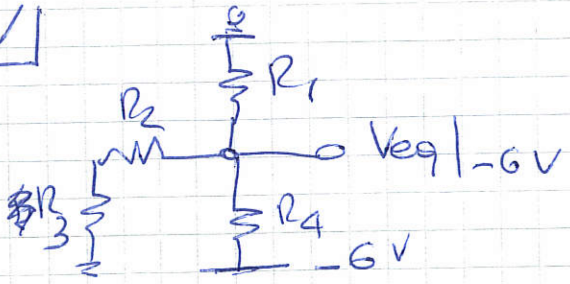

$$V_{eq_I} = I \underbrace{\frac{R_3}{R_3 + [R_2 + R_4 \| R_1]}}_{\text{partitore di corrente}} \cdot R_4 \| R_1 = 2mA \frac{2k}{2k + [5k + \underbrace{3k \| 6k}_{2k}]} \overbrace{(3k \| 6k)}^{2k} =$$
$$= 2mA \, \frac{2}{9} \times 2k = \frac{8}{9} V$$

+12V)




$$V_{eq}|_{+12V} = 12V \frac{R_4 \| (R_2+R_3)}{R_1 + R_4 \| (R_2+R_3)} =$$
$$= +12V \frac{\overbrace{3k \| 7k}^{21/10 = 2.1k}}{6k + 3k \| 7k} = +12V \frac{2.1k}{8.1k} =$$
$$= +3.11 V$$

−6V)

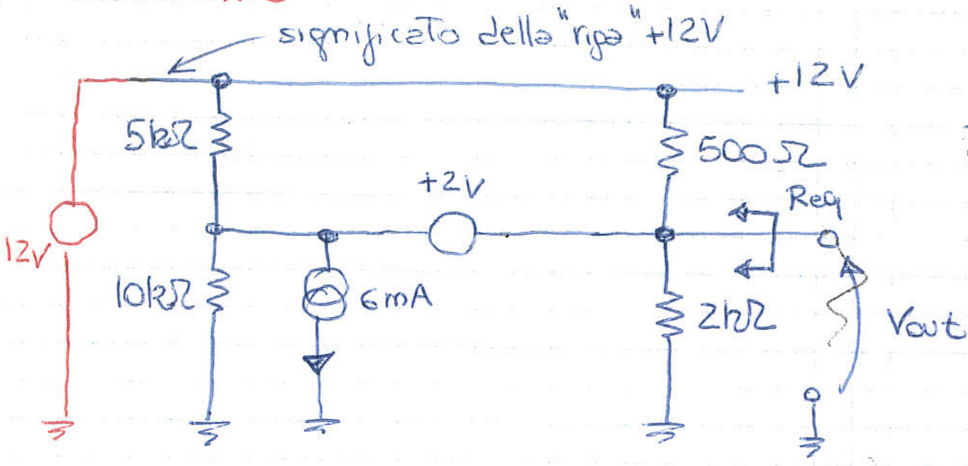



$$V_{eq}|_{-6V} = \frac{R_1 \| (R_2+R_3)}{R_4 + R_1 \| (R_2+R_3)} (-6V) =$$
$$= (-6V) \frac{\overbrace{6k \| 7k}^{42/13 k}}{3k + 6k \| 7k} = (-6V) \frac{42/13}{3 + 42/13} =$$
$$= -6V \frac{42}{42+39} = (-6V) \frac{42}{81} = -\frac{84}{27} V =$$
$$= -3.11 V$$

$$\Downarrow \; V_{eq} = \frac{8}{9} V + \cancel{3.11V} - \cancel{3.11V} = \frac{8}{9} V = 0.88 V$$

$$i_{out} = \frac{8/9 \, V}{\frac{14k}{9} + 1k} = \frac{8V}{(14+9)k} = \frac{8}{23} mA = 0.348 \, mA$$

## ESERCIZIO

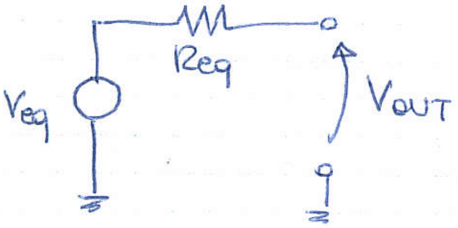



Determinare:

1) Req
2) Vout.
3) Tensione Vout se connetto R = 1kΩ verso massa in uscita

1) $R_{eq} = 2k\Omega // 500\Omega // 5k\Omega // 10k\Omega = 357\,\Omega$

2) Equivalente Thevenin:




$$V_{eq_1} = 12V \frac{2k // 10k}{(2k // 10k) + (5k // 500)} = 12V \cdot \frac{1.67k}{2.12k} = 9.45V$$

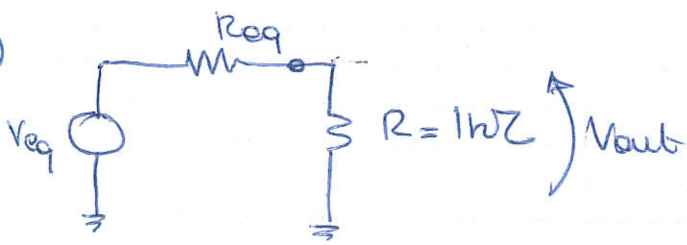
$$V_{eq_2} = -6mA \times R_{eq} = -2.14V$$

$$V_{eq_3} = -2V \frac{2k // 500}{(2k // 500) + (10k // 5k)} = -\frac{0.4k}{3.73k} \times 2V = -0.21V$$

$\Downarrow$

$$V_{eq} = (9.45V - 2.14V - 0.21V) = 7.1V = V_{out}$$

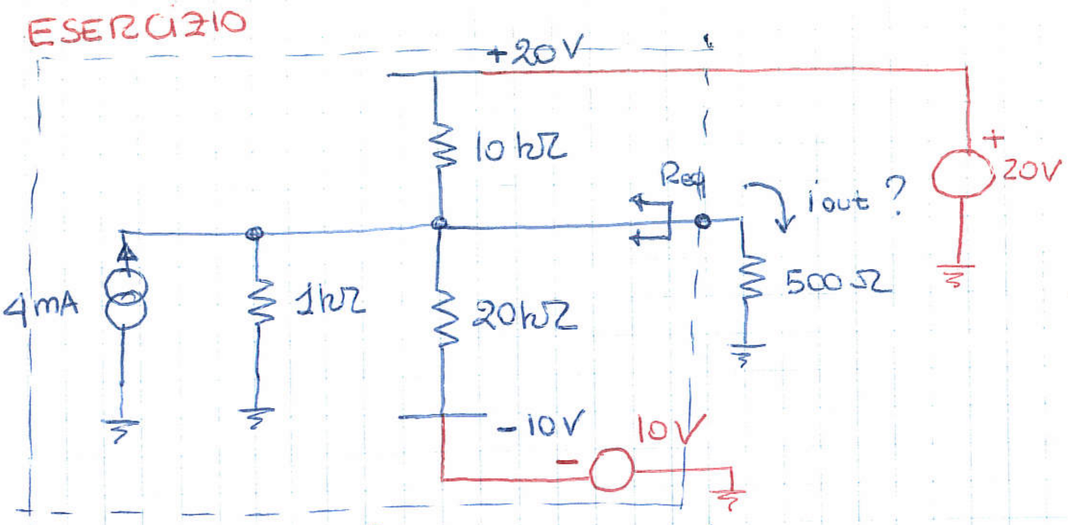
3)




$$V_{out} = \underbrace{\frac{R}{R + R_{eq}}}_{\text{PARTITORE DI TENSIONE}} V_{eq} =$$

$$= \frac{1k}{1k + 357} \, 7.1V = 5.23V$$

ESERCIZIO

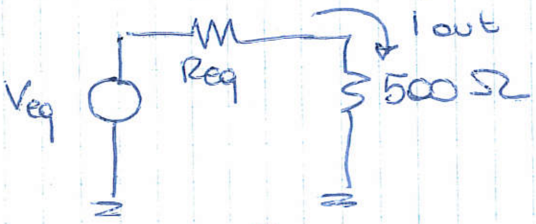



Determinare la corrente di uscita iout.

* significato del +20V e -10V
* -10V: esistono anche tensioni negative! Il generatore di tensione è collegato con il morsetto positivo a massa
* che cosa significa "spegnere" i generatori di tensione e di corrente.

$R_{eq} = 20k\Omega // 10k\Omega // 1k\Omega = 870\ \Omega$

Calcoliamo l'EQUIVALENTE THEVENIN DEL CIRCUITO entro la linea tratteggiata:




$\Rightarrow i_{out} = \dfrac{V_{eq}}{R_{eq} + 500\Omega}$

$$- V_{eq_1} = \underbrace{\frac{10k // 20k}{1k + (10k // 20k)}}_{\text{PARTITORE DI CORRENTE}} * 4mA * 1k\Omega = \frac{\frac{10 * 20}{30} k}{\frac{23}{3} k} 1k\ 4mA =$$

$$= \frac{20}{23} * 4mA * 1k\Omega = 3.48V$$

$$- V_{eq_2} = \underbrace{\frac{20k\Omega // 1k\Omega}{10k\Omega + (20k\Omega // 1k\Omega)}}_{\text{PARTITORE DI TENSIONE}} * 20V = \frac{\frac{20}{21} k}{\left(\frac{20}{21} + 10\right) k\Omega} * 20V = 1.74V$$

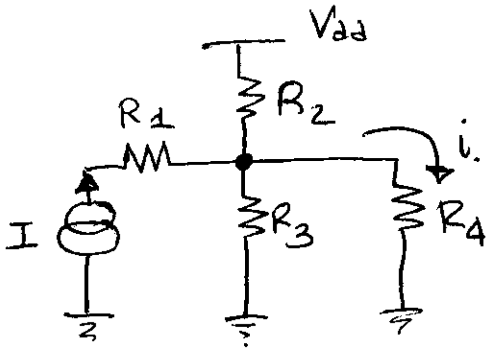
$$- V_{eq_3} = \underbrace{\frac{10k\Omega // 1k\Omega}{20k\Omega + (10k\Omega // 1k\Omega)} * (-10V)}_{\text{PARTITORE DI TENSIONE}} = -0.43V$$

$\Downarrow$

$V_{eq} = V_{eq_1} + V_{eq_2} + V_{eq_3} = 4.79V \Rightarrow i_{out} = \dfrac{V_{eq}}{R_{eq} + 500\Omega} = 3.5\ mA$

EXERCISE

Let's consider The following circuit:




$V_{dd} = +5V$ $\quad I = 2\,mA$

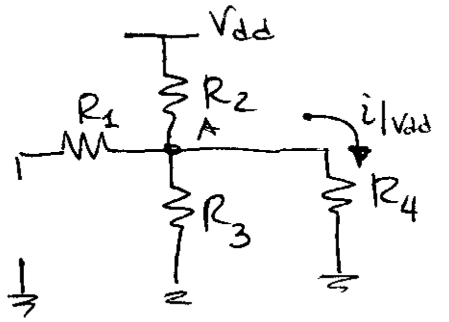
$R_1 = 400\,k\Omega$ $\quad R_4 = 10\,k\Omega$

$R_2 = 500\,k\Omega$

$R_3 = 100\,k\Omega$

1. Let's calculate The current i flowing in The resistor $R_4$
2. Let's suppose To measure That current i with an amperometer with an internal resistance equal to $500\Omega$. Which is The True measured current? Which is The voltage drop across The amperometer?

1. The circuit is linear, Therefore we can apply The superposition Theorem.
Let's switch off The current generator $I \Rightarrow$ it will be substituted by an open circuit




The current flowing in resistor $R_2$ is

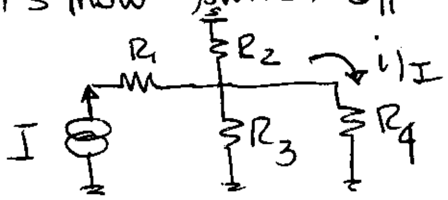
$$i_{R_2}\Big|_{V_{dd}} = \frac{V_{dd}}{R_2 + R_3 \parallel R_4} = 9{,}82\,\mu A$$

By applying The current divider law at node A we find:

resistance in which current doesn't flow

$$i\Big|_{V_{dd}} = i_{R_2}\Big|_{V_{dd}} \cdot \frac{R_3}{\underbrace{R_3 + R_4}_{\text{sum of The resistances of The Two branches}}} = 8{,}93\,\mu A$$

Let's now switch off The voltage generator $V_{dd}$



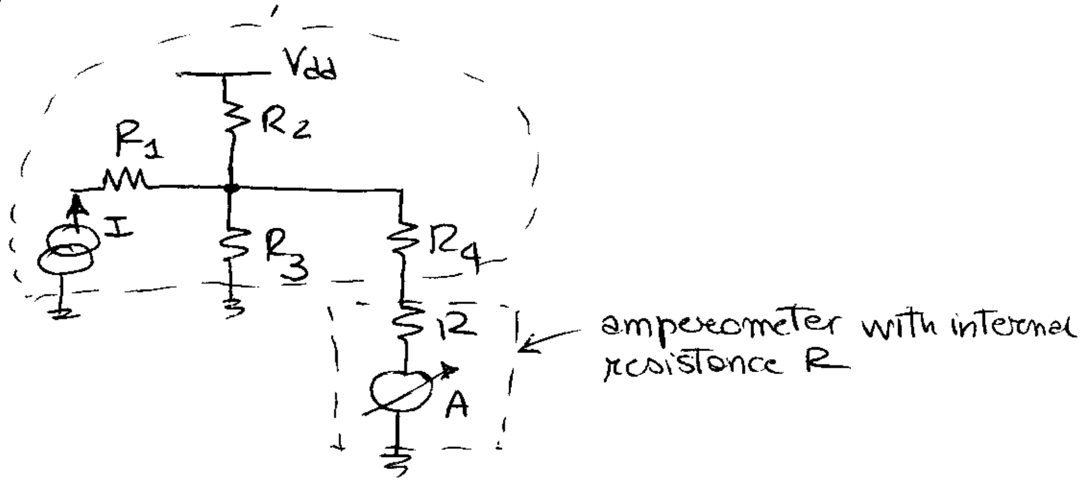

current divider law

$$i_I = I \,\frac{R_2 \parallel R_3}{R_2 \parallel R_3 + R_4} = 1.8\,mA$$

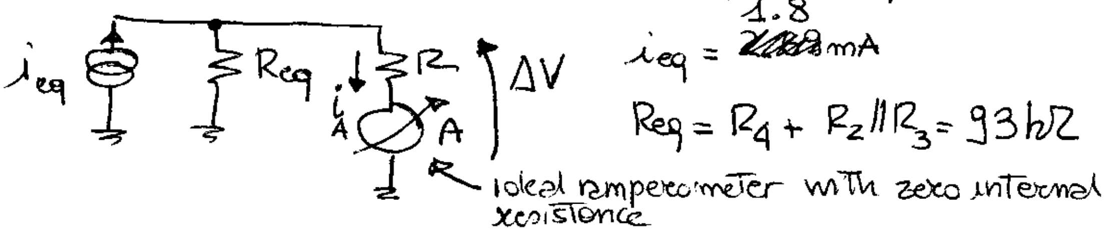
↳ by summing The Two contributions:

$1.8\,mA + 893\,mA = 1.8\,mA$

2. An amperometer can be modeled as an ideal amperometer (i.e. with no internal resistance and therefore with voltage drop at its terminals equal to zero) with a series resistor of $R = 500\,\Omega$ in our case




Let's compute the Norton equivalent of the highlighted network
The "short circuit current is the one found before




$i_{eq} = 1.8\,mA$

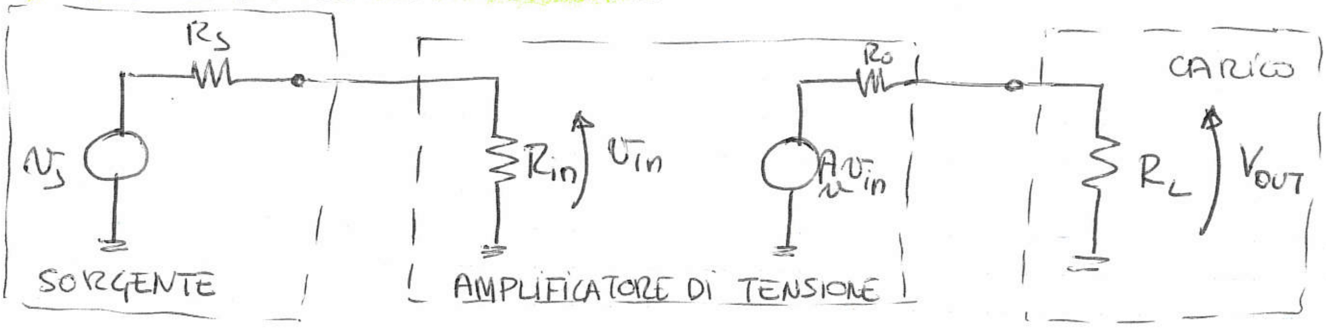
$R_{eq} = R_4 + R_2 /\!/ R_3 = 93\,k\Omega$

$$\Downarrow \quad i_A = \frac{R_{eq}}{R + R_{eq}}\, i_{eq} = \frac{93\,k\Omega}{93.5\,k\Omega} * 1.8\,mA = 1.79\,mA$$

$\Delta V = i_A * R = 0.89\,V$ !! instead of the ideal 0V drop.

# AMPLIFICATORI

* AMPLIFICATORE DI TENSIONE



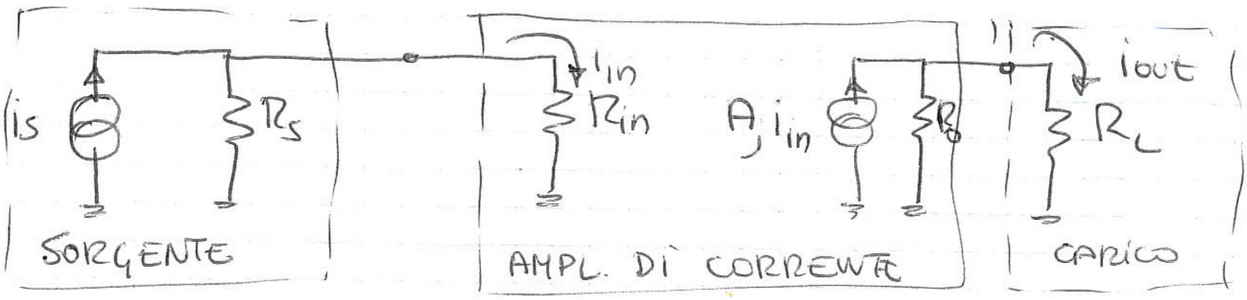

$$\frac{V_{OUT}}{v_S} = \underbrace{\frac{R_L}{R_L + R_o}}_{\text{partitore di uscita}} \cdot A_v \cdot \underbrace{\frac{R_{in}}{R_{in} + R_S}}_{\text{partitore di ingresso}}$$

⇓

* al fine di leggere al meglio la Tensione della sorgente:
  $R_{in} \gg R_S$ ⟹ BUON LETTORE DI TENSIONE

* al fine di erogare al meglio la Tensione al carico
  $R_o \ll R_L$ ⟹ BUON GENERATORE DI TENSIONE

* AMPLIFICATORE DI CORRENTE



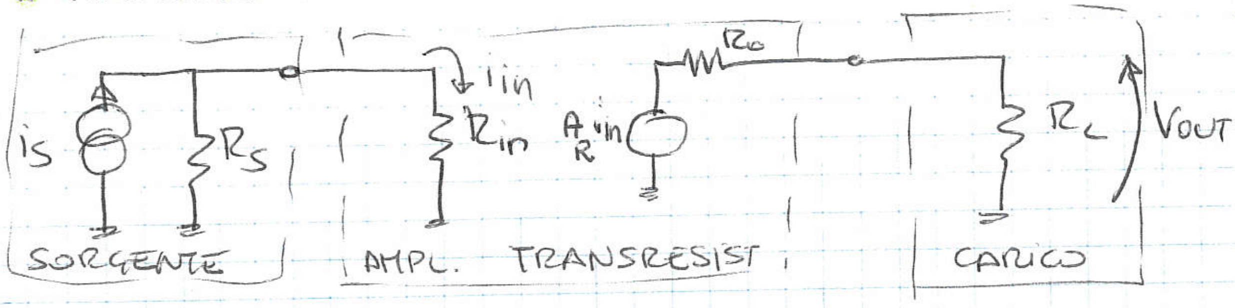

$$\frac{i_{OUT}}{i_S} = \underbrace{\frac{R_o}{R_o + R_L}}_{\text{partitore di uscita}} \cdot A_i \cdot \underbrace{\frac{R_S}{R_S + R_{in}}}_{\text{partitore di ingresso}}$$

⇓

* BUON LETTORE DI CORRENTE $R_{in} \ll R_S$

* BUON GENERATORE DI CORRENTE $R_o \gg R_L$

## * AMPLIFICATORE A TRANSRESISTENZA

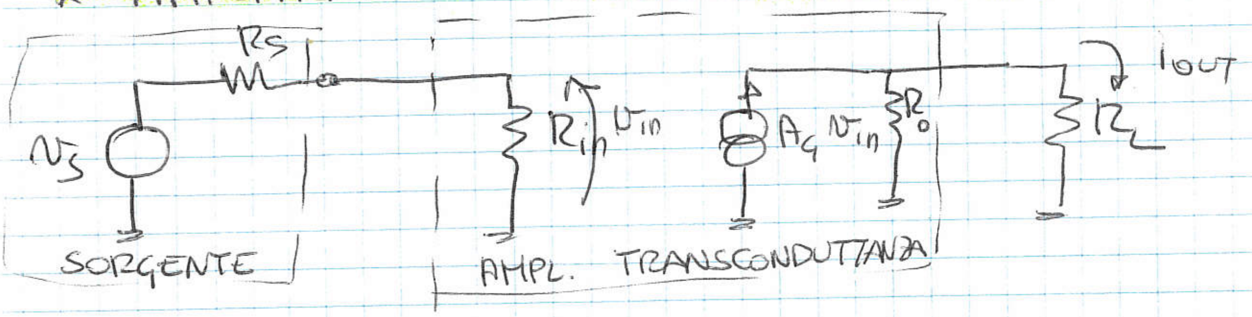



$$\frac{V_{OUT}}{i_S} = \underbrace{\frac{R_L}{R_L+R_o}}_{\text{partitore di uscita}} \cdot A_R \cdot \underbrace{\frac{R_S}{R_S+R_{in}}}_{\text{partitore di ingresso}}$$

* BUON LETTORE DI CORRENTE $R_{in} \ll R_S$

* BUON GENERATORE DI TENSIONE $R_o \ll R_L$

## * AMPLIFICATORE A TRANSCONDUTTANZA




$$\frac{i_{OUT}}{v_S} = \underbrace{\frac{R_o}{R_o+R_L}}_{\text{partitore di uscita}} \cdot A_G \cdot \underbrace{\frac{R_{in}}{R_{in}+R_S}}_{\text{partitore di ingresso}}$$

* BUON LETTORE DI TENSIONE $R_{in} \gg R_S$
* BUON GENERATORE DI CORRENTE $R_o \gg R_L$

↳ ad esempio il transistore MOSFET