

Fondamenti di Elettronica – Ing. Elettronica - AA 2004/2005 – 8 febbraio 2005

Traccia di soluzione

Esercizio 1

a) caratteristica di trasferimento

Calcoliamo la tensione al morsetto + dell'operazionale, ricorrendo al principio di sovrapposizione degli effetti.

$$v^+ = V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_{in} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

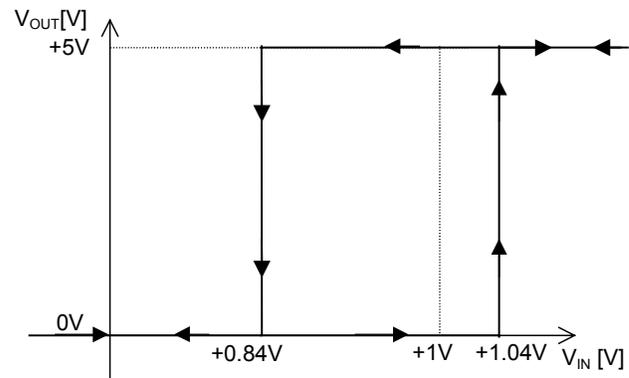
Poiche' la tensione di uscita satura alle tensioni di alimentazione possiamo calcolare le soglie di scatto del trigger di Schmitt non invertente ponendo $v^+ = V_{REF}$.

$$V_{TH}^+ = V_{REF} \frac{R_1 + R_2}{R_2} = +1.04V$$

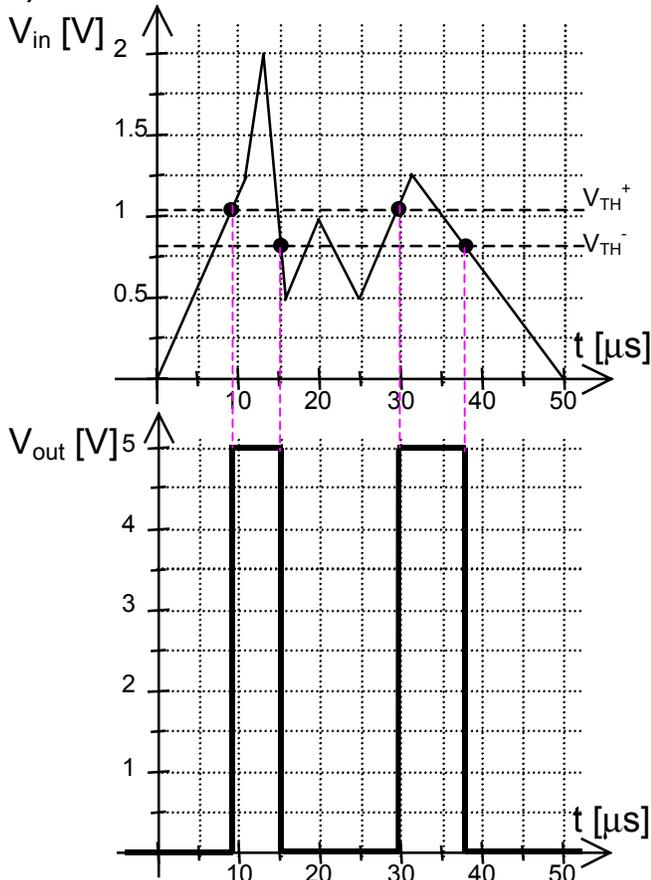
$$V_{TH}^- = -V_{dd} \frac{R_1}{R_2} + V_{REF} \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 0.84V$$

La caratteristica di trasferimento ingresso-uscita risulta, quindi, quella mostrata in figura.

Caratteristica di trasferimento



b) tensione di uscita



c) massima ampiezza del rumore

Assumendo che l'ampiezza dell'isteresi debba essere maggiore di $4 \sigma_{noise}$, dove σ_{noise} e' il valore r.m.s. del rumore si ha:

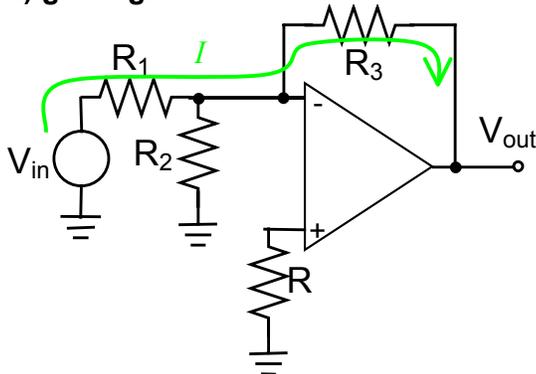
$$\Delta V_{TH} = V_{TH}^+ - V_{TH}^- = V_{REF} \frac{R_1 + R_2}{R_2} - V_{REF} \frac{R_1 + R_2}{R_2} + V_{DD} \frac{R_1}{R_2} = 200mV$$

↓

$$\sigma_{noise} |_{max} = \frac{\Delta V_{TH}}{4} = 50mV \text{ r.m.s.}$$

Esercizio 2

a) guadagno ideale



Grazie alla retroazione il morsetto invertente e' un nodo di terra virtuale (la resistenza R , non essendo percorsa da corrente, non conta nulla) quindi la resistenza R_2 , che si viene a trovare tra massa e massa virtuale non e' percorsa da corrente:

$$I = \frac{V_{in}}{R_1} \Rightarrow V_{out} = -\frac{R_3}{R_1} V_{in}$$

$$G_{id} = -\frac{R_3}{R_1} = -5$$

b) resistenza per compensare le correnti di bias

Le correnti di bias sono correnti continue, quindi le due capacita' sono circuiti aperti. Calcoliamo l'effetto delle correnti di bias ponendo i generatori equivalenti di corrente di bias (generatori DC!) e, poi, determiniamo il valore di R che ne renda nullo l'effetto in uscita.

Applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti e consideriamo un generatore alla volta.

Considerando il generatore al morsetto -, il nodo A e' un nodo di massa virtuale e, quindi, I_{bias} fluisce tutta in R_3 :

$$|V_{out}^-| = -I_{bias} R_3$$

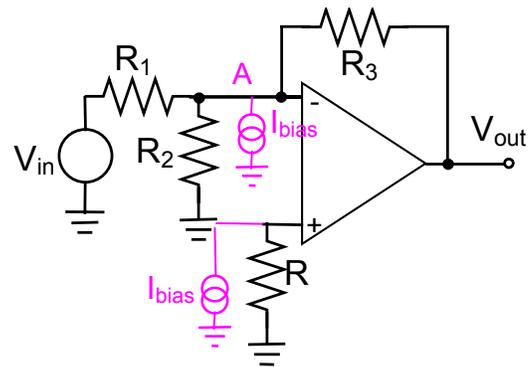
Considerando, invece, il generatore al morsetto +:

$$V_A = I_{bias} R$$

$$|V_{out}^+| = I_{bias} R \left(1 + \frac{R_3}{R_1 // R_2} \right)$$

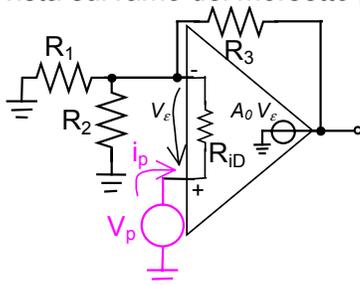
Quindi, il valore della resistenza R necessario per minimizzare l'effetto delle correnti di bias e' quello che ne annulla il contributo complessivo sull'uscita e, cioe'

$$R = R_1 // R_2 // R_3 = 1.74 \text{ k}\Omega$$



c) resistenza R^*

Dobbiamo calcolare la resistenza vista dal morsetto non invertente. La retroazione tende ad alzare la resistenza vista sul ramo del morsetto positivo (infatti, idealmente, vedremo una resistenza infinita).



$$R^* = R^{*0} [1 - G_{loop}^*(0)]$$

$$R^{*0} = R_{iD} + (R_1 // R_2 // R_3) \cong 10 \text{ M}\Omega$$

$$G_{loop}^*(0) = \frac{R_1 // R_2 // R_{iD}}{R_1 // R_2 // R_{iD} + R_3} A_0 \cong 7 \cdot 10^4$$

⇓

$$R^* = R^{*0} [1 - G_{loop}^*(0)] = 700 \text{ G}\Omega$$

c) margine di fase

Per calcolare il margine di fase dobbiamo calcolare l'andamento in frequenza del guadagno d'anello.

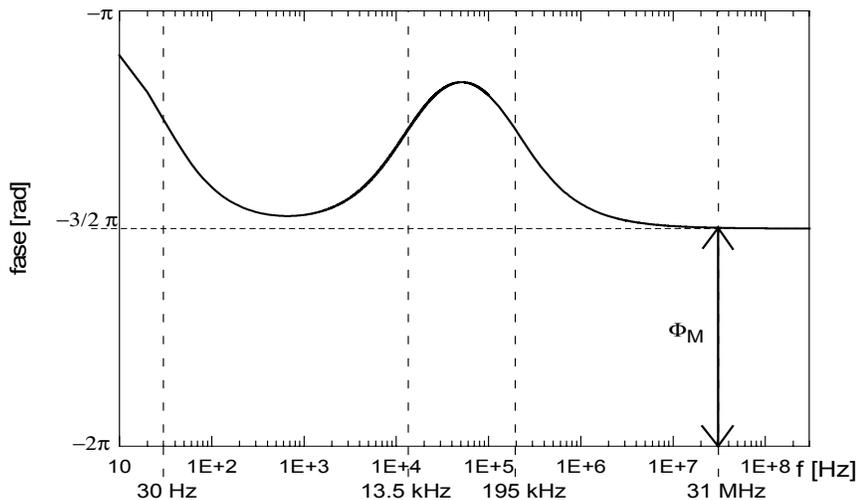
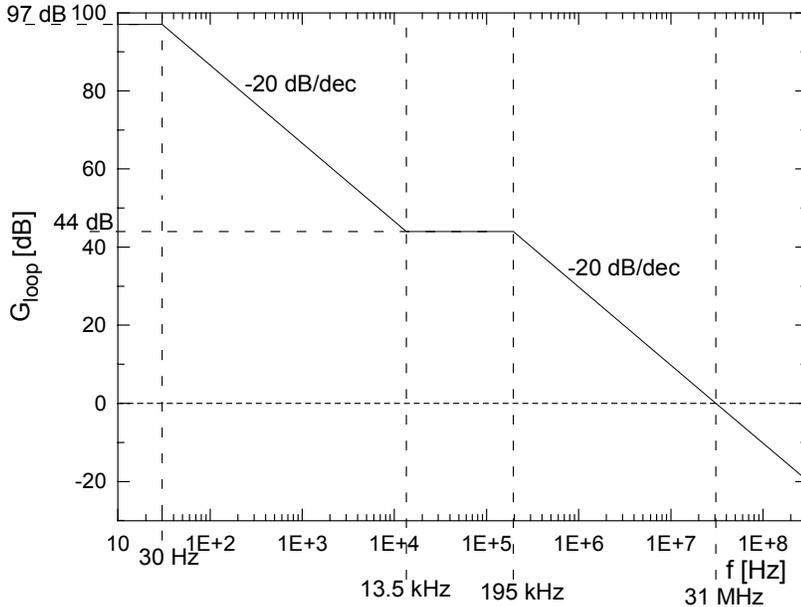
$$G_{loop}(s) = -\frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3} \frac{1 + sR_3C_3}{1 + sC_3(R_1 // R_2 // R_3)} \frac{A_0}{1 + s\tau_0}$$

$$G_{loop}(0) = -\frac{R_1 // R_2}{R_1 // R_2 + R_3} A_0 = -7 \cdot 10^4 \Rightarrow 97 \text{ dB}$$

$$\tau_z = R_3C_3 = 11.75 \mu\text{s} \Rightarrow f_z = 13.5 \text{ kHz}$$

$$\tau_p = C_3(R_1 // R_2 // R_3) = 0.82 \mu\text{s} \Rightarrow f_p = 195 \text{ kHz}$$

$$\tau_0 = \frac{A_0}{GBWP \cdot 2\pi} = 5.3 \text{ ms} \Rightarrow f_0 = 30 \text{ Hz}$$



Poiche' l'attraversamento dell'asse 0dB avviene ben oltre una decade dopo l'ultimo polo e con pendenza 20 dB/dec, il margine di fase sara' sostanzialmente pari a 90°.

e) risposta al gradino

Calcoliamo il guadagno ideale del circuito:

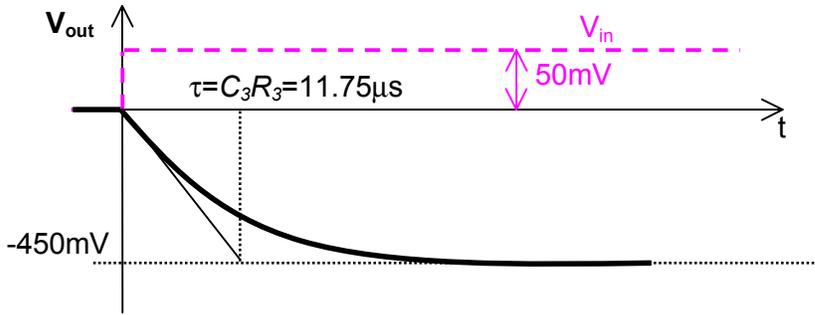
$$G_{id}(s) = -\frac{R_3}{R_1} \frac{1}{1 + sC_3R_3}$$

$$G_{id}(0) = -\frac{R_3}{R_1} = -5$$

$$\tau_p = R_3C_3 = 11.75 \mu\text{s}$$

Il circuito, considerando l'amplificatore operazionale ideale, si comporta da filtro passa-basso invertente per la tensione di ingresso (notare che il polo del guadagno ideale coincide correttamente con lo zero del guadagno d'anello).

Il segnale di uscita avra' andamento esponenziale con costante di tempo $\tau_p = R_3 C_3 = 11.75\mu s$ e andra' a regime al valore $G_{id} * V_{in} = -450mV$.



Esercizio 3

a) guadagno G

Il FSR dell'ADC e' pari a

$$FSR_{ADC} = 1.75V - (-1.75V) = 3.5V$$

La risoluzione dell'ADC, espressa in LSB, e' data da:

$$1LSB = \frac{FSR_{ADC}}{2^n} = 1.7mV$$

Poiche' l'ampiezza picco-picco del segnale in ingresso e' pari a 300mV, la risoluzione richiesta in ingresso e' data da:

$$\frac{1}{1000} V_{in,pp} = 300\mu V$$

Pertanto il guadagno minimo necessario per garantire tale risoluzione e'

$$G_{min} = \frac{1LSB}{\frac{V_{in,pp}}{1000}} = 5.67$$

Il guadagno massimo e' quello che porta l'ampiezza della sinusoide in ingresso all'ADC a coincidere con $FSR_{ADC}/2$

$$G_{max} = \frac{FSR_{ADC}}{V_{in,pp}} = 11.67$$

b) W/L dell'interruttore MOSFET

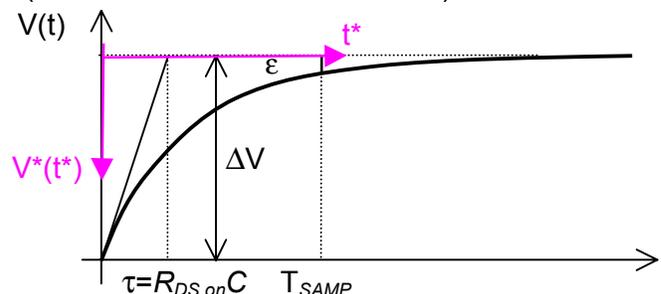
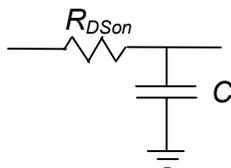
Durante la fase di sample possiamo approssimare il comportamento dell'interruttore MOSFET con quello di una resistenza di valore $R_{DS,on}$

$$R_{DS,on} = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \right) \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)}$$

La tensione ai capi del condensatore avra', quindi, andamento esponenziale con costante di tempo pari a

$$\tau = R_{DS,on} C$$

ed una escursione, nel peggiore dei casi, pari a 3.5V (da -1.75V a +1.75V o viceversa).



Pertanto, con il consueto opportuno cambiamento di assi:

$$V^*(t^*) = \Delta V \exp\left(-\frac{t^*}{\tau}\right) = 3.5V \exp\left(-\frac{t^*}{\tau}\right)$$

Allora la richiesta si traduce nella seguente espressione

$$V^*(T_s) = \frac{1}{4} LSB$$

da cui

$$\tau = \frac{T_s}{\ln\left(\frac{3.5V}{425\mu V}\right)} = 28ns$$

La resistenza $R_{DS,on}$ deve valere, quindi, 140Ω ed il fattore di forma richiesto per il MOSFET risulta

$$\frac{W}{L} = \frac{1}{2\left(\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\right)R_{DS,on}(V_G - 1.75V - V_T)} = 13.2 \cong 14$$

c) massima frequenza del segnale in ingresso

In assenza di S&H dobbiamo richiedere che il segnale in ingresso all'ADC varii meno di 1LSB durante il tempo di conversione

$$\left. \frac{dV_{in,ADC}}{dt} \right|_{\max} T_{conv} < 1LSB$$

Il tempo di conversione per un ADC SAR e' pari a

$$T_{conv}|_{SAR} = \frac{n+1}{f_{ck}} = 500ns$$

$$\frac{dV_{in,ADC}}{dt} = 2\pi f V_{in,ADC}$$

Quindi si avra'

$$2\pi f V_{in,ADC} \frac{n+1}{f_{ck}} < \frac{FSR}{2^n}$$

da cui

$$f_{\max} = \frac{FSR}{2^n} \frac{f_{ck}}{n+1} \frac{1}{2\pi V_{in,ADC}} = 309Hz$$

In presenza del S&H, invece, e' sufficiente che la durata del tempo di *hold* sia maggiore del tempo di conversione:

$$T_{HOLD} \geq T_{conv} = \frac{n+1}{f_{ck}}$$

Inoltre, per soddisfare il teorema del campionamento

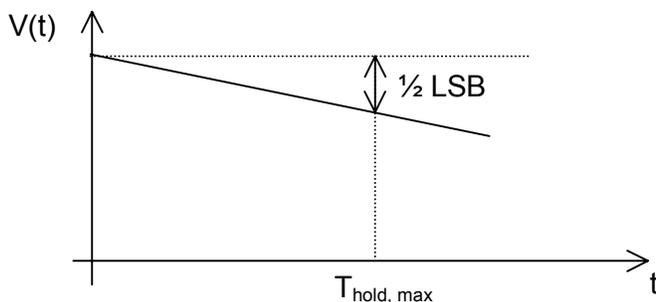
$$(T_{SAMPLE} + T_{HOLD}) < \frac{1}{2f_{\max}}$$

Dalle due relazioni precedenti risulta la seguente condizione sulla frequenza massima

$$f_{\max} = \frac{f_{ck}}{2(n+2)} = 923kHz$$

d) massima durata del tempo di hold

Durante il tempo di *hold* la tensione memorizzata sulla capacita' di *hold* si scarica (o si carica) linearmente a causa della corrente di leakage dell'ADC.



La pendenza della retta di scarica (carica) e' pari a $\frac{I_B}{C + C_{in}}$

Da cui

$$\frac{1}{2}LSB = \frac{I_B}{C + C_{in}} T_{hold,max}$$

e, quindi, il massimo tempo di *hold* ammissibile risulta

$$T_{hold,max} = \frac{1}{2}LSB \frac{C + C_{in}}{I_B} = 5.3\mu s$$