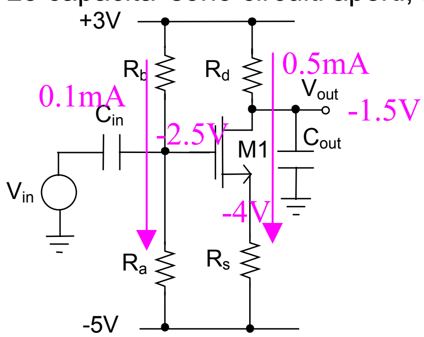
Fondamenti di Elettronica - Ingegneria Elettronica - a.a. 2004/05
Appello 19 luglio 2005 – Traccia di soluzione

Esercizio 1

a) Polarizzazione

Le capacita' sono circuiti aperti, ipotizziamo il MOSFET in zona di saturazione.



Il transistore opera in zona di saturazione e la transconduttanza vale:

$$g_m = 2k_n(V_{GS} - V_T) = 1mS$$

b) Guadagno V_{out}/V_{in} a media frequenza

$$i_d = \frac{v_{in}}{\frac{1}{g_m} + R_s}$$

$$v_{out=-i_d} R_d = -\frac{R_d}{\frac{1}{g_m} + R_s} v_{in}$$

Quindi il guadagno di piccolo segnale risulta

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_d}{\frac{1}{g_m} + R_s} = -3$$

c) Diagramma di Bode

La capacita' C_{in} introduce un polo con costante di tempo

$$\tau_p = C_{in}(R_a // R_b) = 34.4ms \quad \Rightarrow \quad f_{p1} = \frac{1}{2\pi\tau_p} \cong 4.6Hz$$

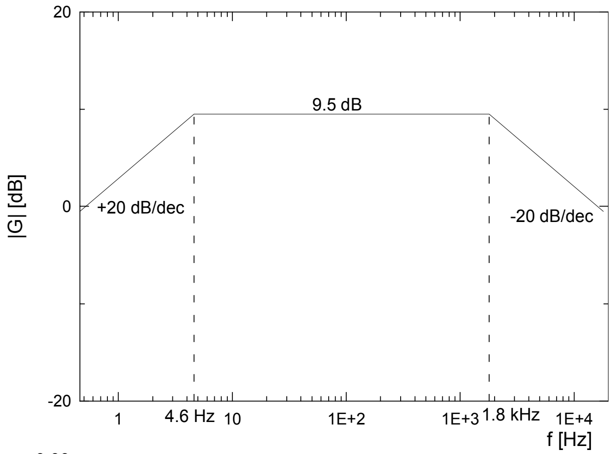
ed uno zero nell'origine.

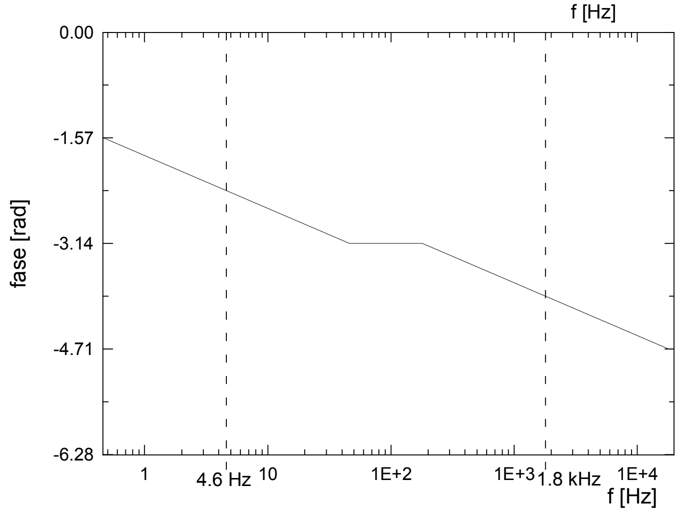
La capacita' C_{out} introduce un polo con costante di tempo

$$\tau_p = C_{out} R_d = 90\mu s \quad \Rightarrow \quad f_{p2} = \frac{1}{2\pi\tau_p} \cong 1.8kHz$$

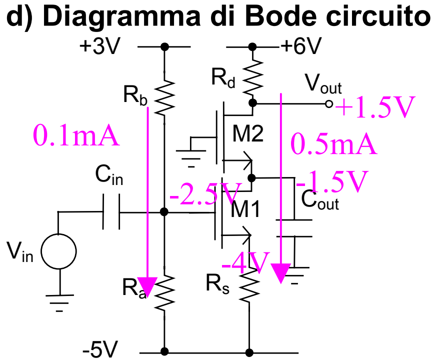
e non introduce zeri al finito.

Quindi interviene prima C_{in} di C_{out} (ovviamente).





d) Diagramma di Bode circuito modificato



$$i_{d1} = i_{d2} = \frac{v_{in}}{\frac{1}{g_{m,1}} + R_s}$$

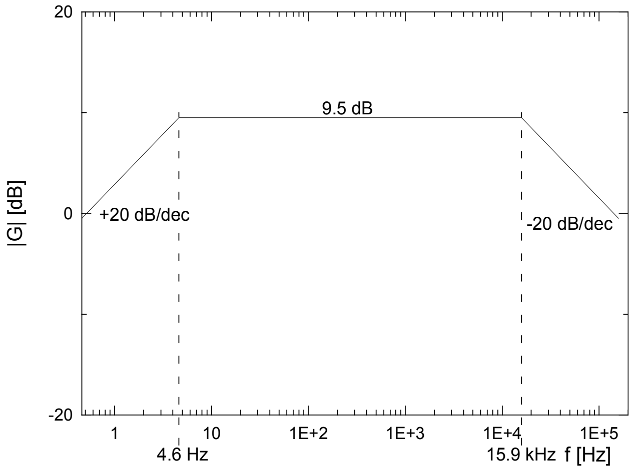
$$v_{out} = -i_{d_2} R_d = -\frac{R_d}{\frac{1}{g_{m,1}} + R_s} v_{in}$$

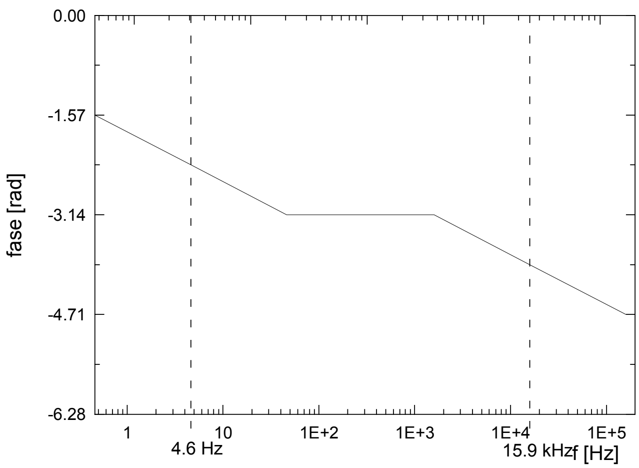
Quindi il guadagno di piccolo segnale risulta inalterato.

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_d}{\frac{1}{g_{m,1}} + R_s} = -3$$

Le singolarita’ introdotte dalla capacita’ C_{in} restano immutate.
Varia la costante di tempo introdotta dalla capacita’ C_{out} che risulta:

$$\tau_p = C_{out}\frac{1}{g_{m,2}} = 10\mu s \quad \Rightarrow \quad f_{p_2} = \frac{1}{2\pi\tau_p} \cong 15.9kHz\,.$$



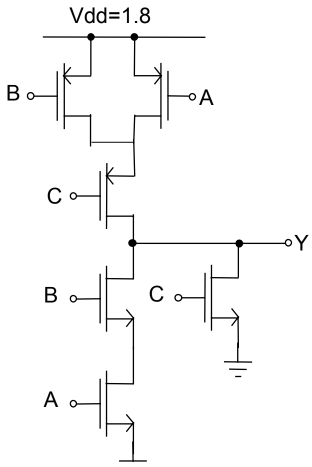


Esercizio 2

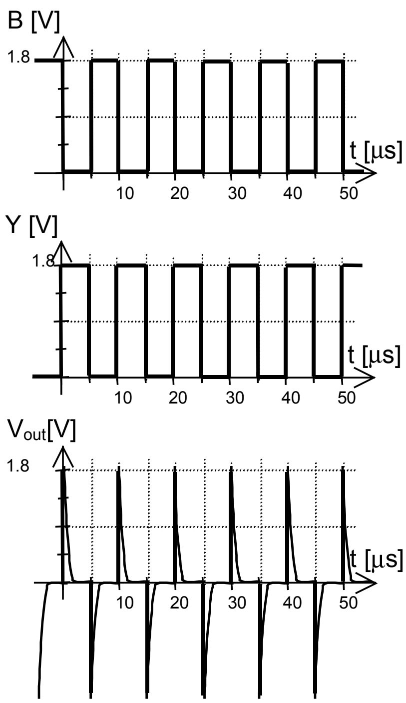
a) Tabella delle verita', rete di pull-up e pull-down.

A	B	C	Y
0	0	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	1	1	0
1	1	1	0

L'implementazione CMOS e' la seguente, secondo le ben note regole per la rete di pull-up e pull-down.



b) Segnali di uscita



La costante di tempo del circuito CR, assumendo ideale la porta logica risulta

$$\tau_p = CR = 200ns << \frac{T}{2} = 5\mu s$$

per cui la forma d'onda di uscita va a regime entro ogni semi-periodo.

c) Potenza media dissipata

La potenza media dissipata e' data dalla seguente espressione:

$$\overline{P_R} = \frac{1}{T}\int_0^T P_R(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} V(t)^2\,dt = \frac{2V_{dd}^2}{TR}\int_0^{\frac{T}{2}}\left(e^{-\frac{2t}{\tau}}\right)dt = \frac{V_{dd}^2\tau}{TR}\left[1-e^{-\frac{T}{\tau}}\right] = \frac{V_{dd}^2\tau}{TR}\left[1-e^{-50}\right] = 32.4\mu W$$

Al medesimo risultato si poteva giungere anche per via intuitiva, poiche' il segnale va a regime entro ogni semiperiodo, considerando che viene trasferita carica dall'alimentazione alla massa e viceversa ogni periodo e, quindi, la potenza media dissipata risulta data da

$$\overline{P_R} \cong CV_{dd}^2 f = 32.4\mu W$$

Esercizio 3

a) Guadagno ideale

Le capacita' sono circuiti aperti, pertanto ritroviamo una configurazione invertente. Nella resistenza R_{in}, nel caso di amplificatore operazionale ideale, non scorre corrente, per cui $v^+ = v_{in}$.
Per il cortocircuito virtuale tra i morsetti dell'operazionale $v^- = v^+$.
Quindi

$$G_{LF}\big|_{id} = \left(1+\frac{R_3}{R_2}\right) = 23 \Rightarrow 27.2dB$$

b) Diagramma di Bode del modulo

La capacita' C_x non entra nel calcolo del guadagno ideale, poiche', per il cortocircuito virtuale tra i morsetti dell'operazionale, non vede variare la tensione ai suoi capi.

$$G_{id}(s) = G_{id}(0)\frac{1+s\tau_z}{1+s\tau_p}$$

Grazie alla idealita' dell'amplificatore operazionale

$$\tau_p = C_1R_1 = 960\mu s \Rightarrow f_p = 166Hz$$

La funzione di trasferimento presenta uno zero quando l'impedenza dall'uscita verso massa e' uguale a zero.

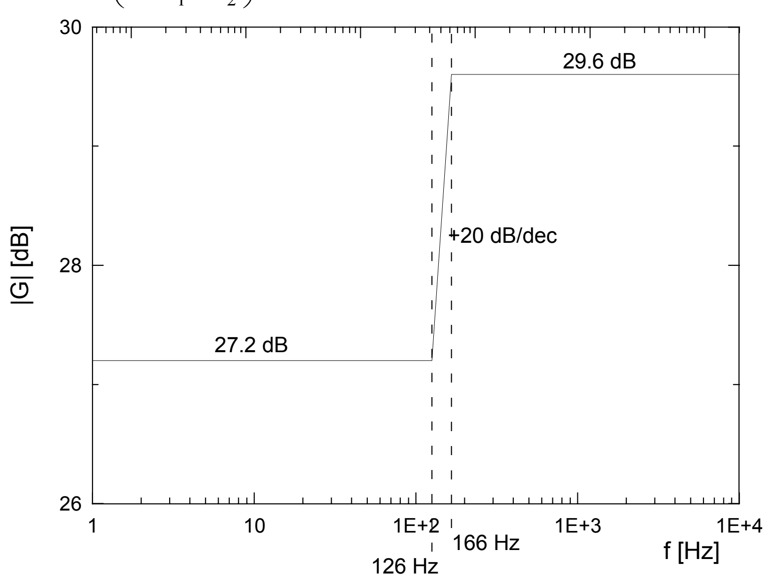
$$Z(s) = R_3 + \left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right) // R_2 = 0$$

$$\tau_z = C_1\left(\frac{R_3(R_1+R_2)+R_1R_2}{R_3+R_2}\right) = 1.3ms$$

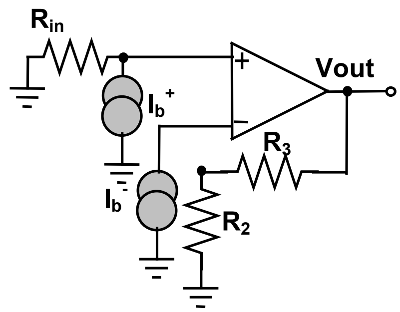
$$f_z = \frac{1}{2\pi\tau_z} = 126Hz$$

Chi non riuscisse a procedere per via intuitiva puo' fare i conti analitici.
Calcoliamo il guadagno a media frequenza; C_1 e' gia' intervenuta, quindi:

$$G_{MF}\big|_{id} = \left(1+\frac{R_3}{R_1 // R_2}\right) = 30.3 \Rightarrow 29.6dB$$



c) Effetto delle correnti di bias



Le correnti di bias sono correnti continue, quindi le due capacita' sono circuiti aperti. Applichiamo il principio di sovrapposizione degli effetti:

$$V_{out}\big|_{I_b^+} = I_b^+ R_{in}\left(1+\frac{R_3}{R_2}\right) = 1.15mV$$

$$V_{out}\big|_{I_b^-} = I_b^- R_3 = -0.22mV$$

$$V_{out} = V_{out}\big|_{I_b^-} + V_{out}\big|_{I_b^+} = 0.93mV$$

d) Margine di fase

Per determinare il margine di fase occorre calcolare l'andamento in frequenza del guadagno d'anello.

$$G_{loop}(s) = -\frac{R_{//}\,//\left(R_{in}+\frac{1}{sC_x}\right)}{R_{//}\,//\left(R_{in}+\frac{1}{sC_x}\right)+R_3}\,\frac{\frac{1}{sC_x}}{R_{in}+\frac{1}{sC_x}}\,A(s)$$

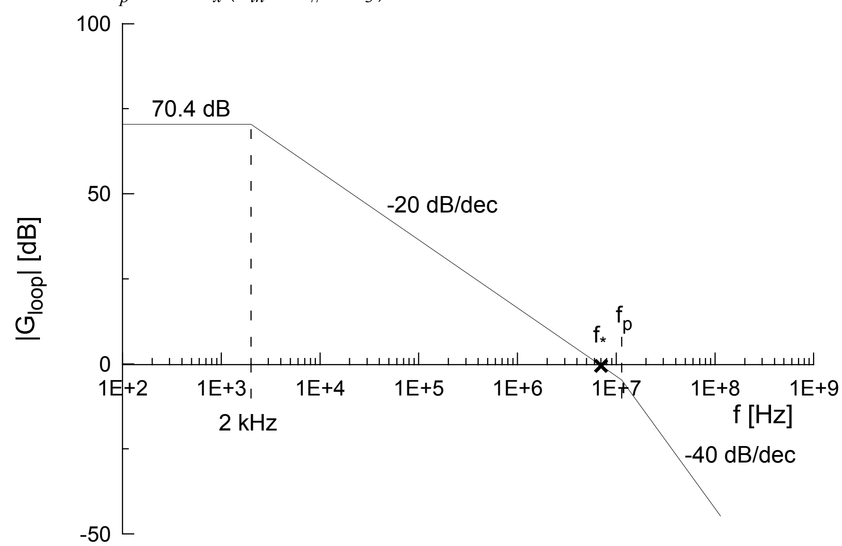
dove $R_{//} = R_1 // R_2 = 0.75k\Omega$.

Semplificando l'espressione

$$G_{loop}(s) = \underbrace{-\frac{R_{//}}{R_{//}+R_3}A_o}_{G_{loop}(0)}\,\frac{1}{1+s\tau_0}\,\frac{1}{1+sC_x\left(R_{in}+R_{//}//R_3\right)}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\tau_0} = \frac{GBWP}{A_0} = 2kHz$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi\tau_p} = \frac{1}{2\pi C_x\left(R_{in}+R_{//}//R_3\right)}$$



Per garantire un margine di fase di almeno 60° il secondo polo deve trovarsi dopo l'attraversamento dell'asse 0dB. La frequenza di attraversamento dell'asse 0dB risulta, pertanto, data da $f_* = G_{loop}(0) * f_0 = 6.59MHz$.

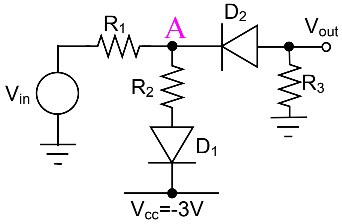
Calcoliamo il margine di fase:

$$\Phi_M = \left[-180° - \underbrace{artg\left(\frac{f_*}{f_0}\right)}_{90°} - artg\left(\frac{f_*}{f_p}\right)\right] - (-360°) = 90° - artg\left(\frac{f_*}{f_p}\right)$$

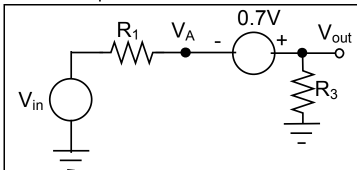
Imponendo $\Phi_M = 60°$ otteniamo $f_* = \frac{f_p}{\sqrt{3}}$ da cui $C_x \le 2.4\,pF$.

Esercizio 4

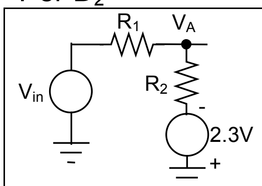
a) andamento V_{out}



Calcoliamo le condizioni di accensione dei diodi.
Affinche' D_1 si accenda si deve avere V_A > -3V+0.7V=-2.3V.
Affinche' D_2 si accenda si deve avere V_A < -0.7V.
Riportiamo queste condizioni su V_{in} tenendo presente quali diodi sono accesi nei diveri casi.
Per D_1

	$\left.\begin{array}{l} V_A = -2.3V \\ V_A = \frac{R_1}{R_1+R_3}(-0.7V) + \frac{R_3}{R_3+R_1} V_{in} \end{array}\right\} V_{in} = -3.37V$

Per D_2

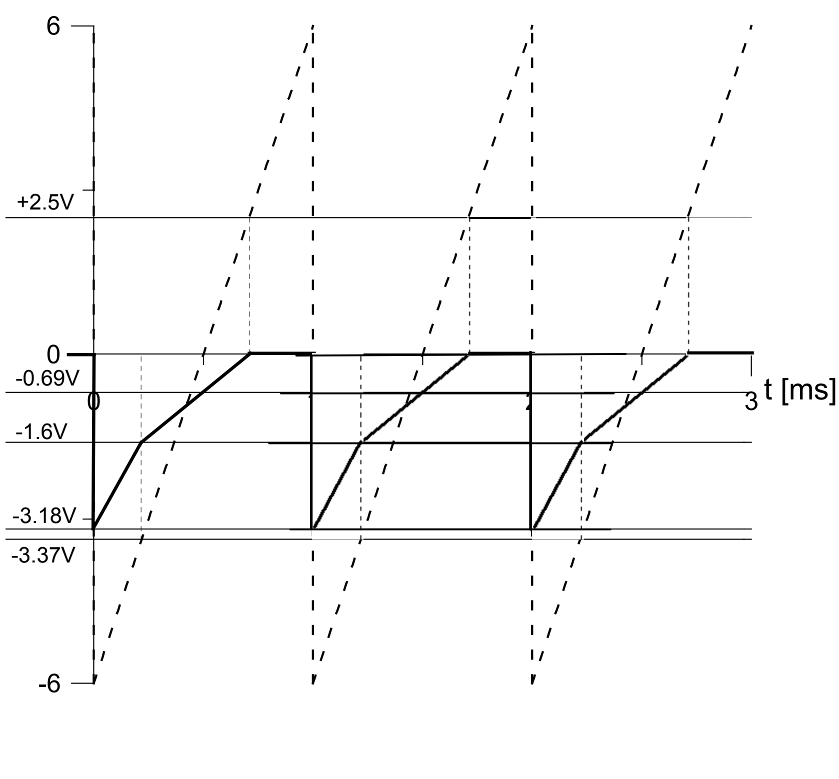
	$\left.\begin{array}{l} V_A = -0.7V \\ V_A = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_{in} - 2.3 \frac{R_1}{R_1+R_2} \end{array}\right\} V_{in} = +2.5V$

Calcoliamo ora la forma d'onda di uscita:

$$V_{in} > +2.5V \Rightarrow D_1\ on, D_2\ off \Rightarrow V_{out} = 0V$$

$$-3.37 \le V_{in} \le 2.5 \Rightarrow D_1, D_2\ on \Rightarrow V_{out} = \frac{R_2 // R_3}{R_2 // R_3 + R_1} V_{in} - 2.3V \frac{R_1 // R_3}{R_3 // R_1 + R_2} + 0.7V \frac{R_3}{R_2 // R_1 + R_3}$$

$$V_{in} < -3.37V \Rightarrow D_1\ off, D_2\ on \Rightarrow V_{out} = (V_{in} + 0.7V)\frac{R_3}{R_1 + R_3}$$



b) breakdown

Calcoliamo la massima tensione inversa ai capi di D_2 per vedere se puo' andare in breakdown.
La situazione peggiore si ha per V_{in}=+6V (V_{out}=0V).

$$V_A = \frac{R_2}{R_2 + R_1} V_{in} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}(-2.3V) = 0.466V$$

Quindi il diodo D_2 non va mai in breakdown e l'andamento della tensione di uscita e' identico a quello calcolato al punto precedente.