# Fondamenti di Elettronica - Ingegneria Elettronica - a.a. 2005/06
# Seconda prova in itinere – 13 febbraio 2006– Traccia di soluzione

**Esercizio 1**

**a) Caratteristica di trasferimento**

Il blocco A realizza un amplificatore in configurazione invertente, in cui il segnale di uscita e' traslato in continua a tensioni positive.

Il blocco B costituisce un trigger di Schmitt in configurazione invertente che riceve come ingresso l'uscita del blocco A.

Mediante il principio di sovrapposizione degli effetti detrerminiamo l'espressione della tensione di uscita del blocco A, considerandio separatamente l'effetto del generatore $V_{dd}$ e del generatore $V_{in}$.

Calcoliamo l'effetto del generatore $V_{dd}$ sulla tensione del morsetto non invertentedel primo operazionale, avendo spento il generatore $V_{in}$.

$$v^+\Big|_{V_{dd}} = V_{dd}\,\frac{R_b}{R_a+R_b}$$

La tensione di uscita dovuta al generatore $V_{dd}$ risulta pari a

$$V_{out,a}\Big|_{V_{dd}} = v^+\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = V_{dd}\,\frac{R_b}{R_a+R_b}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 1.75V$$

Consideriamo ora l'effetto del generatore $V_{in}$ sulla tensione di uscita, avendo spento il generatore $V_{dd}$

$$V_{out,a}\Big|_{V_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}V_{in} = -3V_{in}$$

La tensione di uscita complessiva risulta pari a

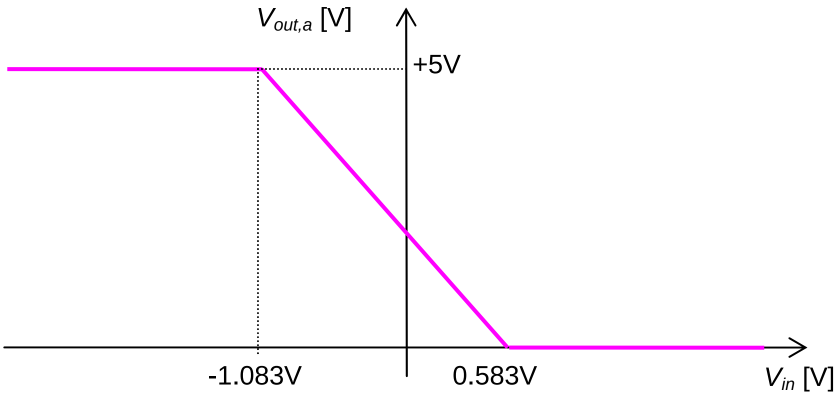
$$V_{out,a} = V_{out,a}\Big|_{V_{in}} + V_{out,a}\Big|_{V_{dd}} = -\frac{R_2}{R_1}V_{in} + V_{dd}\,\frac{R_b}{R_a+R_b}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = -3V_{in} + 1.75V$$

Tale espressione vale fintantoche' la tensione di uscita non raggiunge i livelli delle alimentazioni dell'amplificatore operazionale (*0V* e *+5V*). a cui l'uscita poi satura.

La tabella seguente riassume i punti notevoli della caratteristica di trasferimento:

| $V_{in}$ | $V_{out}$ |
|---|---|
| 0 | +1.75V |
| <-1.083V | +5V |
| >+0.583V | 0V |

La caratteristica di trasferimento risulta, pertanto, la seguente:




Consideriamo ora il Blocco B. Calcoliamo la tensione al morsetto + del secondo amplificatore operazionale, ricorrendo al principio di sovrapposizione degli effetti.

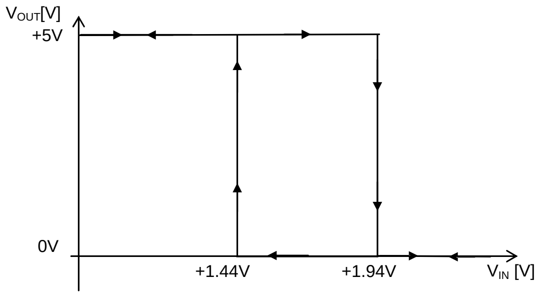
$$v^+ = V_{out,b}\,\frac{R_3}{R_3+R_4} + V_{ref}\,\frac{R_4}{R_3+R_4}$$

Poiche' la tensione di uscita satura alle tensioni di La caratteristica di trasferimento ingresso-alimentazione possiamo calcolare le soglie di uscita risulta, quindi, quella mostrata in figura scatto del trigger di Schmitt invertente:

$$V_{TH}^{-} = V_{REF} \frac{R_4}{R_3 + R_4} = +1.44V$$

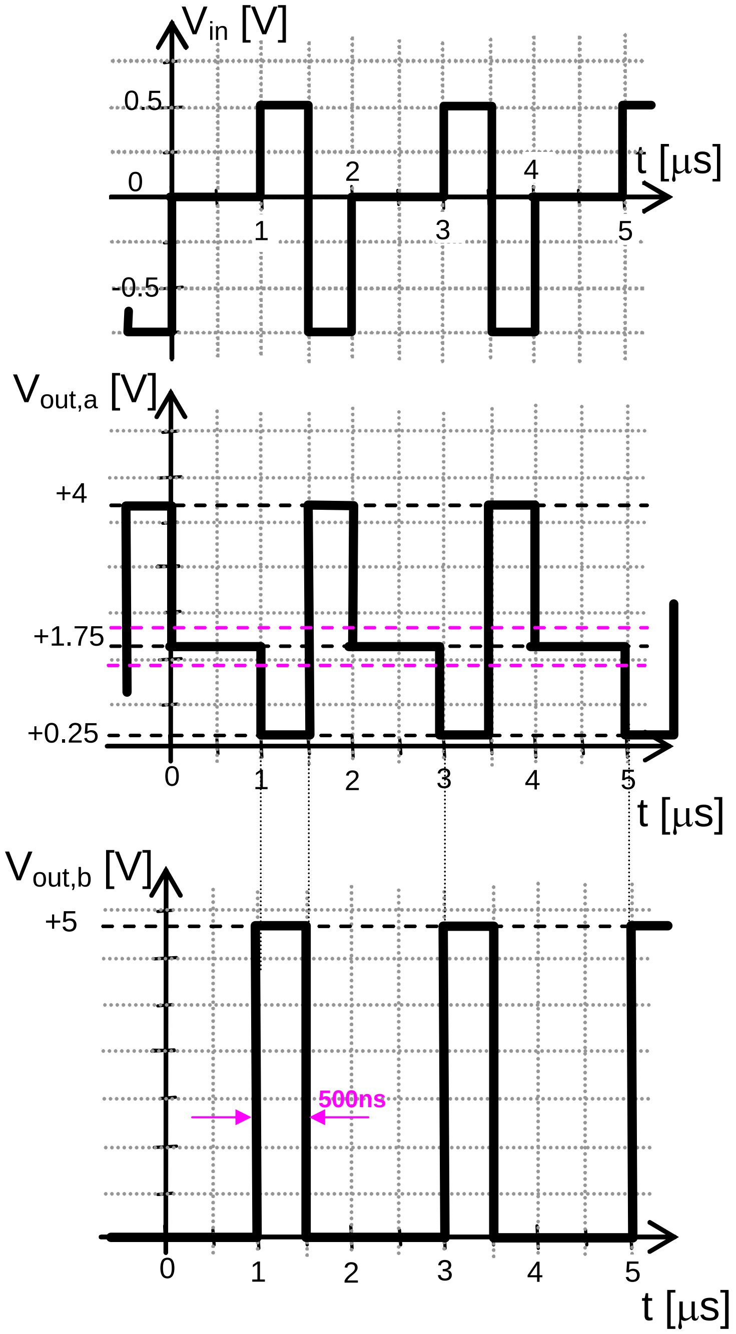
$$V_{TH}^{-} = V_{dd} \frac{R_3}{R_3 + R_4} + V_{REF} \frac{R_4}{R_3 + R_4} = +1.94V$$

.



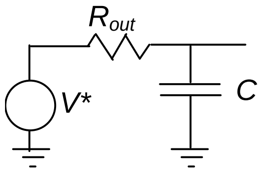

**b) Andamento della tensione di uscita**

Dalle caratteristiche di trasferimento calcolate al punto a) e' possibile tracciare l'andamento nel tempo della tensione di uscita $V_{out,a}$ e $V_{out,b}$, quando in ingresso e' applicato il segnale riportato in Fig. 1b:




**c)**

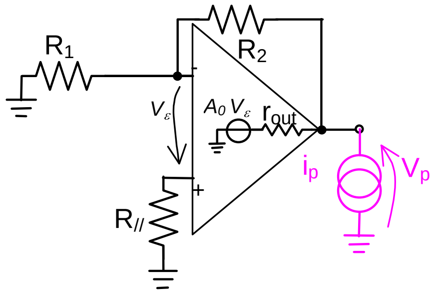
Il circuito equivalente del circuito in fig. 1a e' il seguente.




$$V^* = \frac{V_{out,a}\big|_{ideale}}{1-\frac{1}{G_{loop}(0)}}$$

$G_{loop}(0) = \frac{R_1}{R_1+R_2} A_o = 995$, quindi, a meno di circa l'1‰, $V^* \cong V_{out,a}\big|_{ideale}$

Calcoliamo $R_{out}$. La retroazione tende ad annullare l'impedenza di uscita (infatti, idealmente, vedremmo una resistenza nulla).




$$R_{out} = \frac{R_{out}\big|_0}{\left[1-G^*_{loop}(0)\right]}$$

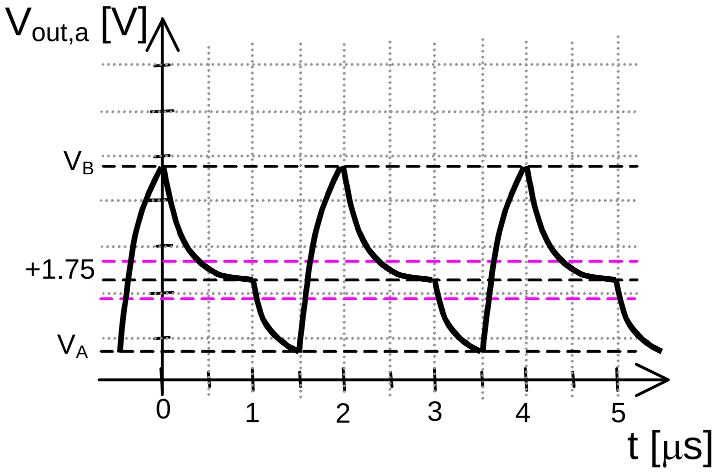
$$R_{out}\big|_0 = r_{out} \,//(R_1+R_2) \cong r_{out} = 1k\Omega$$

$$G^*_{loop}(0) = \frac{R_1}{R_1+R_2+r_{out}} A_0 \cong 971$$

$$\Downarrow$$

$$R_{out} = \frac{R_{out}\big|_0}{\left[1-G^*_{loop}(0)\right]} = 1.03\Omega$$

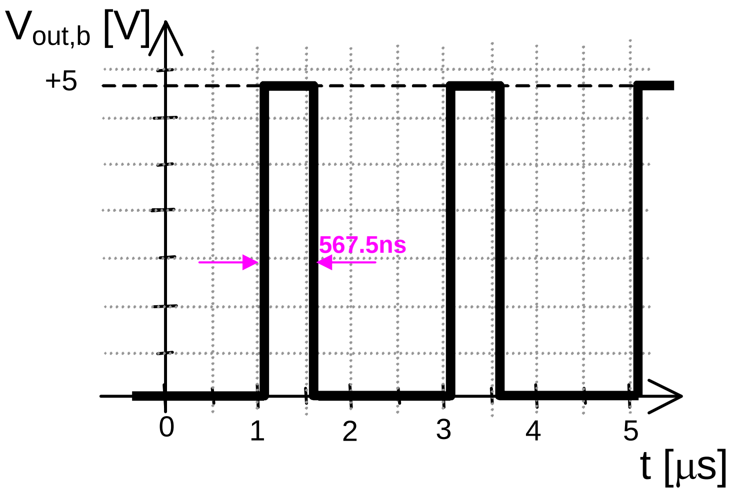
La costante di tempo del circuito equivalente (e dunque del polo ad anello chiuso del guadagno reale) risulta pari a $\tau = R_{out}C = 205ns$. Il segnale di uscita non va a regime entro ogni porzione in cui il segnale di ingresso e' costante, ma solo nel tratto in cui $V_{in}$ = 0V.




Occorre calcolare i livelli $V_A$ e $V_B$ per controllare se il trigger di Schmitt puo' ancora commutare.Sfruttiamo il fatto che il segnale di uscita $V_{out,a}$ sicuramente raggiunge il livello di +1.75V.

$$V_A = \left.(1.75V - 0.25V)e^{-\frac{t}{\tau}} + 0.25V\right|_{t=0.5\mu s} = 0.38V$$

$$V_B = \left.\left[(4V - V_A)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + V_A\right]\right|_{t=0.5\mu s} = 3.68V$$




Calcoliamo l'istante di attraversamento delle soglie.

$$1.44V = 1.5Ve^{-\frac{t}{\tau}} + 0.25V \Rightarrow t = -\tau \ln 0.793 = 47.5ns$$

$$1.94V = \left[(4V - 0.38)\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + 0.38\right]$$

$$\Rightarrow t = -\tau \ln 0.569 = 115ns$$

**Esercizio 2**

**a) trasferimento ideale $V_{out}/I_{in}$ a bassa frequenza**

Il circuito a bassa frequenza e' un amplificatore non invertente con ingresso in corrente. La tensione al morsetto non invertente dell'amplificatore operazionale e' data da:

$$v^+ = I_{in}R_{in}$$

La tensione di uscita e' pari a

$$V_{out} = v^+\left(1+\frac{R_f}{R}\right) = I_{in}R_{in}\left(1+\frac{R_f}{R}\right)$$

Il trasferimento dello stadio a bassa frequenza e', quindi, il seguente

$$T(0) = \frac{V_{out}}{I_{in}} = R_{in}\left(1+\frac{R_f}{R}\right) = 2.75M\Omega$$

**b) diagramma di Bode del modulo del trasferimento ideale $V_{out}/I_{in}$**

Procediamo per ispezione. Grazie alla idealita' dell'amplificatore operazionale la capacita' $C_f$ introduce un polo con costante di tempo

$$\tau_p = C_f R_f = 1\mu s \Rightarrow f_p = 159kHz$$

La funzione di trasferimento presenta uno zero quando l'impedenza dall'uscita verso massa e' uguale a zero.

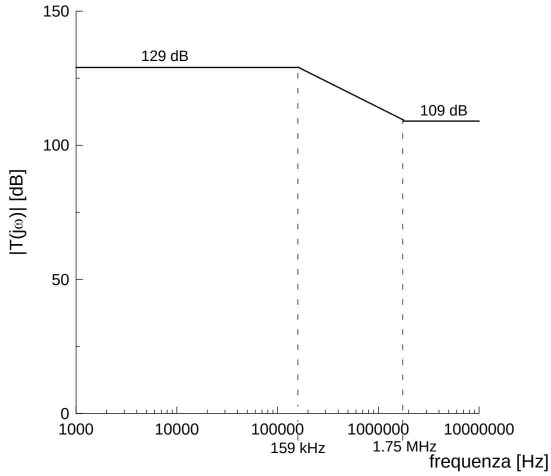
$$Z(s) = R + \left(\frac{R_f}{1+sC_f R_f}\right) = 0$$

$$\tau_z = C_f\left(R_f // R\right) = 90ns$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi\tau_z} = 1.75MHz$$

Chi non riuscisse a procedere per via intuitiva puo' fare i conti analitici.
Calcoliamo il guadagno ad alta frequenza; $C_f$ e' gia' intervenuta, quindi la tensione al morsetto non invertente e' trasferita in uscita con guadagno unitario:

$$G_{HF}\big|_{id} = R_{in} = 250k\Omega \Rightarrow 109dB$$




**c) numero di bit minimo richiesto all'ADC**

Il FSR dell'ADC e' pari a

$$FSR_{ADC} = 5V - (-5V) = 10V$$

Poiche' l'ampiezza picco-picco del segnale in ingresso e' pari a 3μA, la risoluzione richiesta in ingresso e' data da:

$$Ris_{ingresso} \frac{5}{1000} I_{in,pp} = 15nA$$

Pertanto la risoluzione minima richiesta all'ADC e' pari a

$$Ris_{\min,ADC} = Ris_{ingresso} * T(0) = 41.25mV$$

La risoluzione dell'ADC, espressa in LSB, e' data da:

$$1LSB = \frac{FSR_{ADC}}{2^n}$$

Pertanto il numero minimo di bit e' tale da soddisfare la seguente relazione

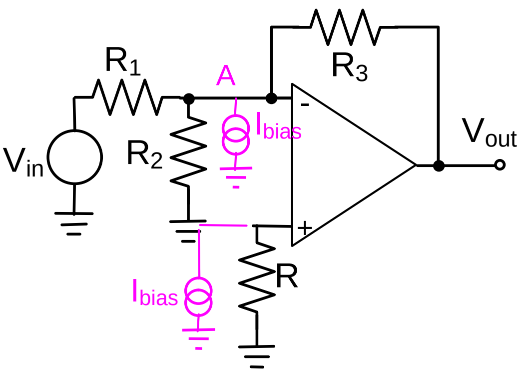
$$1LSB = \frac{FSR_{ADC}}{2^n}$$

e cioe' $n$=8bit.
La risoluzione dell'ADC risulta, dunque, pari a

$$1LSB = \frac{FSR_{ADC}}{2^n} = 39.1mV \ .$$

**d) resistenza $R_x$ per minimizzare le correnti di bias**

Le correnti di bias sono correnti continue, quindi la capacita' e' un circuito aperto.
Per minimizzare le correnti di bias occorre far si' che la resistenza vista dal morsetto + dell'operazionale sia uguale alla resistenza vista dal morsetto -. Poiche' nel circuito originale la resistenza vista dal morsetto + e' maggiore di quella vista dal morsetto -, occorre incrementare il valore della resistenza vista dal morsetto -. A tale scopo, per non modificare il trasferimento dello stadio, la resistenza $R_x$ deve essere inserita come in figura ed il suo valore e' tale che




$$T(0) = \frac{V_{out}}{I_{in}} = R_{in}\left(1 + \frac{R_f}{R}\right) = 2.75M\Omega$$

e cioe'

$$T(0) = \frac{V_{out}}{I_{in}} = R_{in}\left(1 + \frac{R_f}{R}\right) = 2.75M\Omega$$

**e) minimo valore della resistenza di ingresso finita $R_i$ dell'ADC**

La tensione massima in uscita dall'operazionale, dato il segnale di corrente applicato in ingresso e' pari a

$$V_{out,\max} 1.5\mu A \cdot 2.75M\Omega = 4.125V$$

Quindi la corrente erogata dall'amplificatore operazionale alimentera' la resistenza $R_i$ e la rete di retroazione dell'operazionale, secondo la relazione:

$$\frac{V_{out,\max}}{R_{i,\min}} + \frac{V_{out,\max}}{R_f + R} = I_{out,\max}$$

da cui possiamo ricavare

$$R_{i.\min} = \frac{V_{out,\max}}{-\frac{V_{out,\max}}{R_f + R} + I_{out,\max}} = 892\Omega$$

Pertanto il minimo valore che la resistenza di ingresso dell'ADC puo' assumere e' pari a 892Ω.

**f) massima ampiezza di una componente spuria**

Alla frequenza della componente spuria (20MHz) la capacita' e' gia' intervenuta ed il trsferimento e' quello di alta frequenza, pari a 250kΩ. Perche' l'effetto di tale componente spuria sia inferiore a 1LSB, si dovra' avere che l'ampiezza della componente spuria rispetti la seguente relazione:

$$T_{HF} I_{spuria} \leq \frac{1}{2} LSB$$

Da cui si ricava che la massima ampiezza della componente spuria di corrente in ingresso e' pari a 78.2nA.

**g) valore di prodotto guadagno-banda (*GBWP*) richiesto**

Per determinare il prodotto guadagno-banda che garantisca un polo ad anello chiuso a 100MHz occorre determinare per via grafica il guadagno reale del circuito. Procediamo calcolando il guadagno d'anello e, quindi, il guadagno di andata.

$$G_{loop}(s) = -\frac{R}{R+R_f}\frac{1+sC_f R_f}{1+sC_f\left(R//R_f\right)}\frac{A_0}{1+s\tau_0}$$

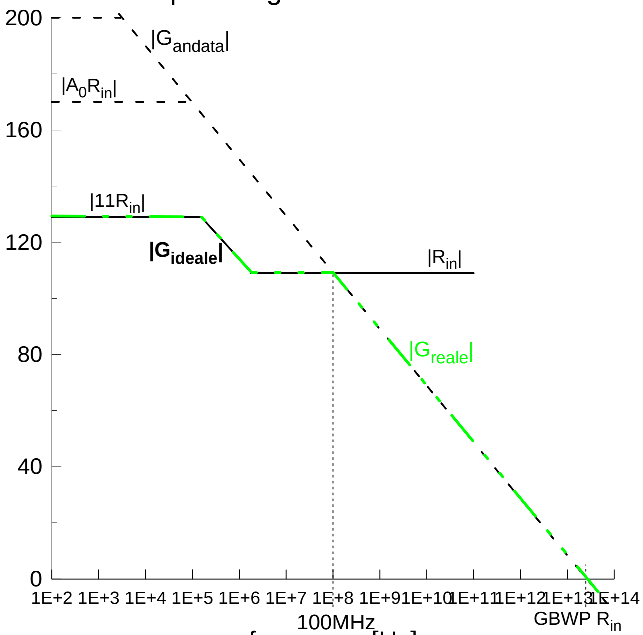
Poiche' il guadagno ideale ha la seguente espressione (calcolata al punto b):

$$G_{id}(s) = R_{in}\left(1+\frac{R_f}{R}\right)\frac{1+sC_f\left(R//R_f\right)}{1+sC_f R_f}$$

il guadagno d'andata sara' dato da:

$$G_{andata}(s) = -G_{id}(s)G_{loop}(s) = R_{in}\frac{A_0}{1+s\tau_0}$$

Procediamo per via grafica:




Quindi deve valere la relazione:

$$GBWP \cdot R_{in} = R_{in} \cdot 100MHz$$

da cui si ricava che il prodotto guadagno-banda necessario e' pari a 100MHz.

**h) frequenza di clock da fornire all'ADC**

Il tempo di conversione massimo degli ADC in questione e' dato da:

$$T_{conv,\max,SAR} = \frac{n}{f_{ck}} = \frac{8}{f_{ck}}$$

$$T_{conv,\max,grad} = \frac{1}{f_{ck}}\frac{2V_{\max}}{1LSB} = \frac{211}{f_{ck}}$$

La richiesta sul tempo di conversione e' la piu' stringente delle due condizioni seguenti:

a) 9 campioni entro un periodo $\quad T_{conv,\max} < \frac{T_{\sin}}{9}$

b) Poiche' non c'e' il S&H, il segnale di ingresso all'ADC deve variare di meno di 1LSB nel tempo di conversione $\quad \left.\frac{dV}{dt}\right|_{\sin,\max} T_{conv,\max} < 1LSB$

Nel caso di un ADC SAR si avra':

a) $f_{ck} > \frac{72}{T_{\sin}} = 72kHz$

b) $$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{\sin,\max} = I_{in}\left(\frac{V_{out}}{I_{in}}\right)\cos(\omega t)\omega\Big|_{\max} = 25.9mV/\mu s$$

$$f_{ck} > \frac{8 \cdot 25.9}{39.1} MHz = 5.3MHz$$

e, quindi, la frequenza di clock dovra’ essere maggiore di 5.3MHz.
Nel caso di un ADC a gradinata si avra’:

a) $$f_{ck} > \frac{9 \cdot 211}{T_{\sin}} = 1.9MHz$$

b) $$f_{ck} > \frac{211 \cdot 25.9}{39.1} MHz = 140MHz$$

e, quindi, la frequenza di clock dovra’ essere maggiore di 140MHz.