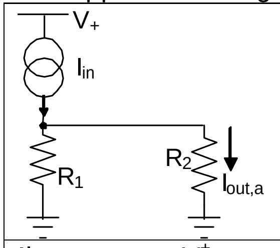
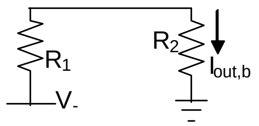
Fondamenti di Elettronica - Ingegneria Elettronica - a.a. 2009/10
Prima prova in itinere – 6 maggio 2010 – Traccia di soluzione

Esercizio 0

a) Valore medio della corrente in *R_1*

Poiche' siamo interessati al valore medio (cioe' alla componente in continua del segnale), la capacita' *C* sara' un circuito aperto. Il circuito e' lineare, quindi possiamo applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, considerando per il generatore di corrente I_{in} solo il suo valor medio.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Il generatore V^+ non da' alcun contributo poiche' e' in serie a un generatore di corrente.
$\overline{I_{out_a}} = \overline{I_{in}} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$</td>
<td>$\overline{I_{out_b}} = \frac{V^-}{R_1 + R_2}$</td>
</tr>
</table>

Considerando che

$$\overline{I_{in}} = I_{in,\max} \frac{\frac{T}{3}}{T} = \frac{1}{3} mA,$$

la corrente media che fluisce in R_2 e' data da:

$$\overline{I_{out}} = \overline{I_{out_a}} + \overline{I_{out_b}} = \overline{I_{in}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} + \frac{V^-}{R_1 + R_2} = -0.75 mA.$$

b) Andamento temporale della tensione di uscita *V_{out}*

La costante di tempo del circuito è pari a

$$\tau = (R_1 // R_2)C = 75ns$$

per cui la forma d'onda di uscita va a regime entro ogni frazione di periodo. Poiche' il circuito e' lineare, possiamo applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Ovviamente V^+ non da' alcun contributo. Consideriamo ora la corrente I_{in}. Sul fronte la capacita' non puo' variare istantaneamente la tensione ai suoi capi, percio' la tensione di uscita, dovuta alla sola I_{in}, risulta nulla. Per determinare l'andamento completo della tensione di uscita calcoliamo il valore dell'uscita a regime.

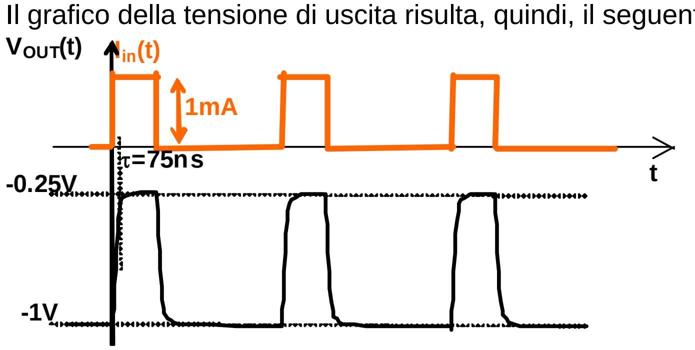
Il valore di tensione cui va a regime, sempre considerando il solo generatore di corrente I_{in} si ottiene considerando la capacita' un circuito aperto:

$$V_{out}\big|_{regime, I_{in}} = I_{in,regime}(R_1 // R_2)$$

Consideriamo ora, invece, il contributo del generatore V^-; si tratta di un generatore in continua, pertanto la capacita' e' un circuito aperto:

$$V_{out}\big|_{V^-} = V^- \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -1V$$

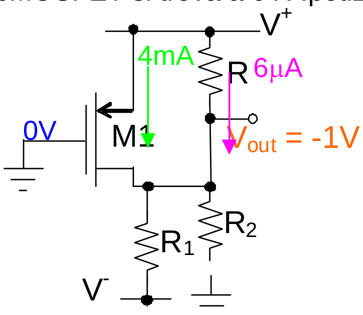
Il grafico della tensione di uscita risulta, quindi, il seguente:



Esercizio 2

a) Polarizzazione

La capacita' e' un circuito aperto, il generatore di tensione di segnale e' spento e, quindi, il gate del pMOSFET si trova a 0V. Ipotizziamo il MOSFET in zona di saturazione.



Il transistore opera in zona di saturazione e la transconduttanza vale:

$g_m = 2k_p(V_{GS} - V_{Tp}) = 2mS$

b) Trasferimento V_{out}/I_{in} a bassa frequenza

$v_{out} = -g_m(R_1 // R)$

Quindi, il trasferimento ingresso-uscita di piccolo segnale a bassa frequenza risulta

$$\left.\frac{v_{out}}{v_{in}}\right|_{LF} = -g_m(R_1 // R) \cong -2$$

c) singolarita' introdotte da C

La capacita' C introduce un polo con costante di tempo:

$\tau_p = C(R_2 + R_1 // R) = 600\,ps$

che corrisponde ad una frequenza del polo di 265 MHz, ed uno zero, poiche' esiste un valore della variabile complessa s per cui si annulla l'impedenza $R_2 + \frac{1}{sC_2}$. La costante di tempo dello zero e' pari a

$\tau_p = CR_2 = 400\,ps$, a cui corrisponde una frequenza dello zero pari a 398 MHz.

c) Massimo valore di R_1

Possiamo in prima approssimazione trascurare la corrente che fluisce nella resistenza R (salvo poi verificarlo!). La condizione sulla tensione di *drain* che mantiene il transistore in saturazione e'

$V_{out,\max} = -V_{t,p} = 1V$

Pertanto, poiche'

$V_{out,\max} = V^- + IR_{1,\max}$

possiamo ricavare che

$$R_{1,\max} = \frac{V_{out,\max} - V^-}{I} = 1.5k\Omega$$

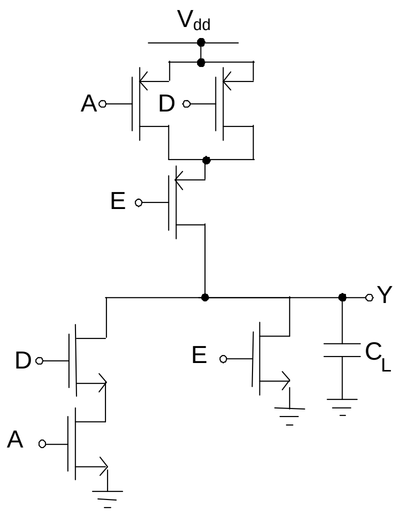
Esercizio 3

a) Rete di pull-up e pull-down

Per prima cosa occorre minimizzare l'espressione della funzione logica svolta dal circuito che, quindi, risulta:

$$Y = \overline{A\cdot(B+C+A)\cdot D}\cdot\overline{E} = \overline{(A\cdot B + A\cdot C + A\cdot A)\cdot D\cdot + E} = \overline{(A\cdot B + A\cdot C + A)\cdot D + E} = \overline{A\cdot(B+C+1)\cdot D + E} = \overline{A\cdot D + E} = (\overline{A} + \overline{D})\cdot\overline{E}$$

Pertanto, la funzione logica svolta e' quella di una porta a 3 soli ingressi e la rete logica è la seguente (per la giustificazione delle scelte effettuate si veda il libro di testo – naturalmente la risposta qui data entro parentesi non sarebbe soddisfacente nel corso di un compito scritto ☺!!):



b) Calcolo dei tempi di commutazione LH e HL nelle condizioni meno gravose

Il caso meno gravoso per la commutazione LH si ha quando la carica della capacita' C_L avviene attraverso tutti e tre i pMOS.

Approssimazione ohmica: (e' sufficiente uno dei due approcci!)

$$R_{DS_{on}}\Big|_p = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\Bigg|_{V_{DS}=0} = \left|\frac{1}{2k_p\left(V_{GS}-V_{T,p}\right)}\right| = \frac{1}{2\frac{1}{2}\mu_p C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_p\left|\left(-V_{dd}-V_{T,p}\right)\right|} = 1.613k\Omega$$

$$t_{p50\%LH} = (\ln 2)\tau = 0.69 R_{DS_{on}}\Big|_{eq,p} C_L = 0.69\cdot\frac{3}{2}\cdot R_{DS_{on}}\Big|_p C_L = 3.51ns$$

Approssimazione satura: calcoliamo il fattore di forma dell'inverter equivalente relativo alla transizione basso-alto meno gravosa:

$$\left(\frac{W}{L}\right)\Bigg|_{p,eq} = \frac{1}{\left(\frac{L}{W}\right)\Big|_{p,E} + \frac{1}{\left(\frac{W}{L}\right)_{p,A}} + \frac{1}{\left(\frac{W}{L}\right)_{p,D}}} = \frac{2}{3}\left(\frac{W}{L}\right)_p = \frac{10}{3}$$

$$t_{p50\%LH} = \frac{Q_{cond,50\%}}{I_{D,sat}} = \frac{C_L\left(\frac{V_{dd}}{2}\right)}{\frac{1}{2}\mu_p C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_{p,eq}\left(-V_{dd}-V_{T,p}\right)^2} = 7.21ns$$

Il caso meno gravoso per la commutazione HL si ha quando la scarica della capacita' C_L avviene attraverso tutti e tre gli nMOS.

Approssimazione ohmica: (e' sufficiente uno dei due approcci!)

$$R_{DS_{on}}\Big|_n = \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}}\Bigg|_{V_{DS}=0} = \left|\frac{1}{2k_n\left(V_{GS}-V_{T,n}\right)}\right| = \frac{1}{2\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_n\left|\left(V_{dd}-V_{T,n}\right)\right|} = 1075\Omega$$

$$t_{p50\%HL} = (\ln 2)\tau = 0.69 R_{DS_{on}}\Big|_{eq,n} C_L = 0.69\cdot\frac{2}{3}\cdot R_{DS_{on}}\Big|_n C_L = 1.04ns$$

Approssimazione satura: calcoliamo il fattore di forma dell'inverter equivalente relativo alla transizione alto- basso meno gravosa:

$$\left(\frac{W}{L}\right)\Bigg|_{n,eq} = \left(\frac{W}{L}\right)_{p,E} + \frac{1}{\left(\frac{L}{W}\right)\Big|_{p,A} + \left(\frac{L}{W}\right)\Big|_{p,D}} = \frac{3}{2}\left(\frac{W}{L}\right)_n = 4.5$$

$$t_{p50\%HL} = \frac{Q_{cond,50\%}}{I_{D,sat}} = \frac{C_L\left(V_{dd}-\frac{V_{dd}}{2}\right)}{\frac{1}{2}\mu_n C_{ox}\left(\frac{W}{L}\right)_{n,eq}\left(V_{dd}-V_{T,n}\right)^2} = 2.13ns$$

c) Calcolo della potenza dissipata dalla porta se B=C commutano a 1MHz, A=1, E=D=0.

Per la combinazione di ingressi considerata l'uscita non commuta mai, poiche' gli ingressi *B* e *C* sono ininfluenti ai fini della commutazione della porta, pertanto la potenza dissipata dalla porta risulta nulla.

Esercizio 3

a) Diagramma temporale della corrente di uscita

Perche' il diodo *D* si accenda occorre che la tensione ai suoi capi sia di almeno 0.7V, secondo la polarita' corretta, pertanto *D* e' acceso se

$V_{in} - V_{out} \geq 0.7V$

dove si e' denominata V_{out} la tensione al catodo del diodo.

Quando il diodo e' spento, il circuito e' lineare e la tensione di uscita e' pari a:

$$V_{out} = V_{in} \frac{R_2}{R_2 + R_1} + 1.5V \frac{R_1}{R_2 + R_1}$$

Pertanto la condizione di accensione del diodo si traduce in una condizione su V_{in}:

$V_{in} - V_{out} \leq 0.7V$

$$V_{in}\left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) - 1.5V \frac{R_1}{R_1 + R_2} \leq 0.7V$$

$V_{in} \leq 3.6V$

Quando il diodo e' spento, la corrente I_{out} e' pari a

$$I_{out} = \frac{V_{in} - 1.5V}{R_2 + R_1}$$

Quando V_{in} e' pari a -5V, il diodo e' ovviamente spento e

$I_{out}\big|_{\min} = -2.17mA$,

quando V_{in} e' pari a 0V, il diodo e' ancora spento e

$I_{out} = -0.5mA$,

alla soglia dell'accensione per V_{in} pari a 3.6V

$I_{out} = 0.7mA$

Quando il diodo si accende I_{out} e' legato alla tensione V_{in} dalla relazione

$$I_{out} = \frac{V_{in} - 0.7V - 1.5V}{R_2},$$

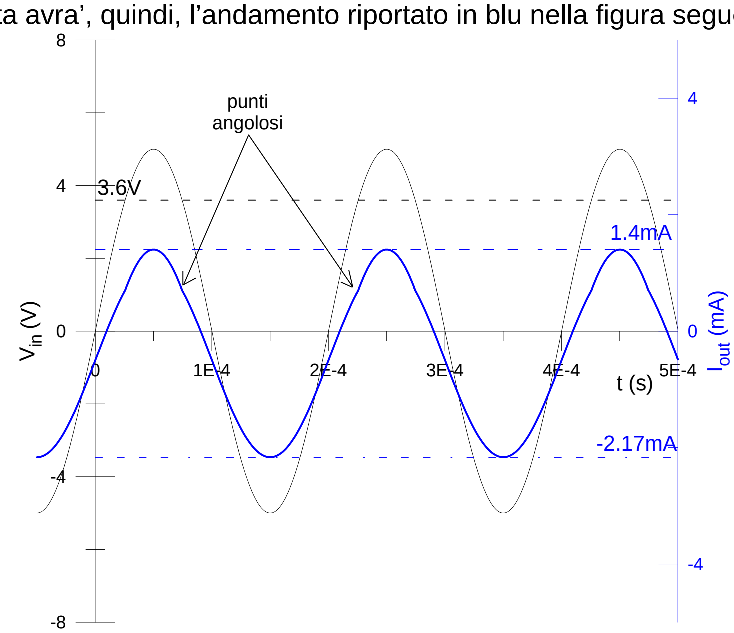
quindi per V_{in} e' pari a 3.6V, correttamente

$I_{out} = 0.7mA$

e per V_{in} pari a 5V

$V_{out} = 1.4mA$

La corrente di uscita avra', quindi, l'andamento riportato in blu nella figura seguente:



b) Diagramma temporale della potenza dissipata dal diodo

Dalla relazione precedente possiamo calcolare la massima tensione inversa applicata al diodo che risulta pari a

$$\left|V_{in} - V_{out}\right|_{\max, D_{off}} = V_{in}\left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2}\right) - 1.5\frac{R_1}{R_1 + R_2} = 2.17 < \left|V_{BD}\right|$$

Pertanto, il diodo non va mai in *break-down*. Quindi, quando il diodo e' polarizzato in inversa esso non e' percorso da corrente e, quindi, non dissipa potenza.

Quando il diodo e' polarizzato in diretta, esso dissipa una potenza pari a:

$$P_D = 0.7V \cdot I_D$$

La corrente I_D che fluisce nel diodo acceso e' pari a

$$I_D = I_{out} - I_{R_1} = I_{out} - \frac{0.7V}{R_1}$$

da cui ricaviamo che la massima corrente che fluisce nel diodo, quando V_{in} e' pari a 5V, e' 0.7mA e, pertanto, la massima potenza dissipata sara' pari a 0.49mW.

La potenza dissipata dal diodo avra', quindi, l'andamento riportato in blu nella figura seguente: