

# Fondamenti di Elettronica - Ingegneria Elettronica - a.a. 2006/07

## Seconda prova in itinere – 5 febbraio 2007– Traccia di soluzione

### Esercizio 1

#### a) Valore $R_b$

Mediante il principio di sovrapposizione degli effetti determiniamo l'espressione della tensione di uscita  $V_{out,1}$ , considerando separatamente l'effetto del generatore  $V_{dd}$  applicato a ciascuno dei due rami. Poiché siamo in DC il generatore di corrente  $I_{in}$  è spento.

Calcoliamo l'effetto del generatore  $V_{dd}$  sulla tensione del morsetto non invertente del primo operazionale, avendo spento il generatore  $V_{dd}$  sull'altro ramo.

$$v^+ \Big|_{V_{dd,b}} = V_{dd} \frac{R_b}{R_a + R_b}$$

La tensione di uscita dovuta al generatore  $V_{dd}$  risulta pari a

$$V_{out,1} \Big|_{V_{dd,b}} = v^+ \left( 1 + \frac{R_f}{R_{in}} \right) = V_{dd} \frac{R_b}{R_a + R_b} \left( 1 + \frac{R_f}{R_{in}} \right)$$

Consideriamo ora l'effetto del generatore  $V_{dd}$  dell'altro ramo sulla tensione di uscita, avendo spento il generatore  $V_{dd}$  relativo al morsetto non invertente.

$$V_{out,1} \Big|_{V_{dd,a}} = -\frac{R_f}{R_{in}} V_{dd} = -2V$$

Pertanto per avere  $V_{out,1} = 0V$  occorre avere  $V_{out,1} \Big|_{V_{dd,b}} = +2V$ , da cui si ricava  $\frac{R_a}{R_b} = 7.5$  e, quindi,  $R_b = 20k\Omega$

#### b) Trasferimento $V_{out,1}/I_{in}$

Poiché l'amplificatore operazionale è ideale la retroazione tende a fissare a terra la tensione del morsetto invertente, che risulta, quindi, un nodo di terra virtuale. La corrente  $I_{in}$  scorre, quindi, tutta in  $R_f$  e la tensione di uscita risulta  $V_{out,1} = -I_{in} R_f$ .

Il trasferimento  $V_{out,1}/I_{in}$  nel caso di amplificatore operazionale ideale risulta

$$\frac{V_{out,1}}{I_{in}} = -R_f = -2M\Omega$$

#### c) Diagrammi temporali di $I_{in}$ , $V_{out,1}$ e $V_{out,2}$

Il circuito costituito dall'amplificatore operazionale OA2 realizza un Trigger di Schmitt, di cui occorre calcolare le soglie di scatto. Calcoliamo la tensione al morsetto + del secondo amplificatore operazionale, ricorrendo al principio di sovrapposizione degli effetti.

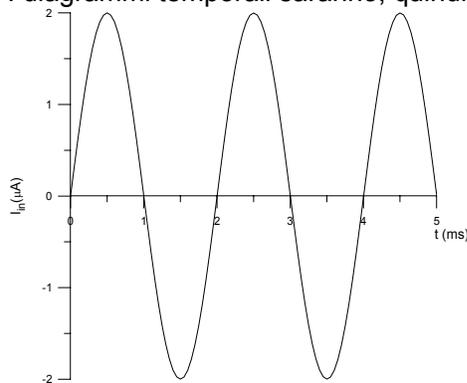
$$v^+ = V_{out,1} \frac{R_2}{R_2 + R_1} + V_{out,2} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

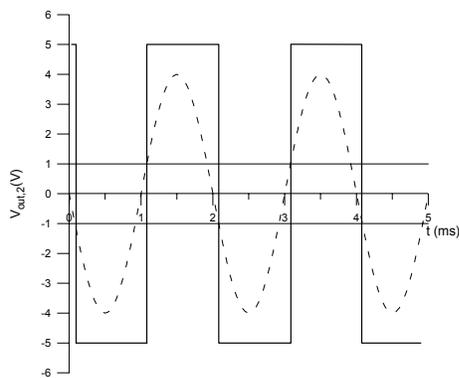
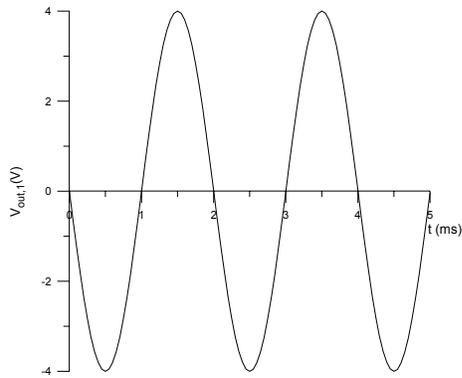
Poiché la tensione di uscita satura alle tensioni di alimentazione possiamo calcolare le soglie di scatto del Trigger di Schmitt non invertente determinando i valori di  $V_{out,1}$  per cui  $V^+ = 0V$ :

$$V_{TH}^+ = -\frac{R_1}{R_2} (-V) = +1V$$

$$V_{TH}^- = -\frac{R_1}{R_2} (+V) = -1V$$

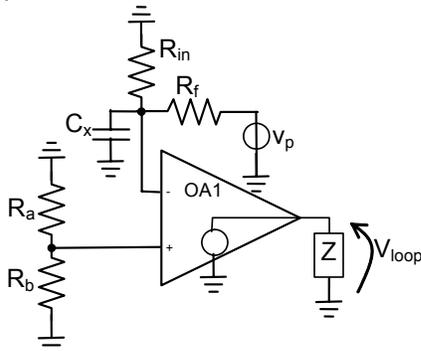
I diagrammi temporali saranno, quindi, i seguenti:





#### d) Guadagno d'anello

Calcoliamo il guadagno d'anello del circuito costituito dall'amplificatore operazionale OA1 tagliando, al solito, l'anello a valle del generatore pilotato che modella l'amplificatore operazionale.



Procediamo per ispezione.

$$G_{loop}(s) = G_{loop}(0) \frac{1}{(1 + s\tau_p)(1 + s\tau_o)}$$

In continua  $C_x$  e' un circuito aperto, quindi:

$$G_{loop}(0) = -\frac{R_{in}}{R_{in} + R_f} A_0 = -88235 \rightarrow 99dB$$

$C_x$  introduce un polo nel guadagno d'anello, la cui costante di tempo e'

$$\tau_p = C_x (R_{in} // R_x) = 176ns \rightarrow f_p = \frac{1}{2\pi\tau_p} = 900kHz$$

Dal GBWP possiamo ricavare la frequenza del polo ad anello aperto dell'operazionale:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\tau_o} = 15Hz$$

Il diagramma di Bode del modulo del guadagno d'anello e' il seguente:

Il modulo del guadagno d'anello taglia l'asse 0dB alla frequenza di 1.1 MHz.

Il margine di fase del circuito e':

$$\Phi_M = -180^\circ - \operatorname{artg} \frac{f_{0dB}}{f_0} - \operatorname{artg} \frac{f_{0dB}}{f_p} - (-360^\circ) = +39^\circ$$

Anche se il margine di fase e' positivo, e, dunque, il circuito e' stabile, il margine di fase e' inferiore al valore auspicabile per la stabilita' di un circuito (45°). L'uscita presentera' forti sovraelongazioni.

### e) massima corrente in ingresso

La limitazione sulla massima corrente in ingresso imposta dallo slew rate e' ricavabile a partire dalla definizione di Slew-rate.

$$\left| \frac{dV_{out,1}}{dt} \right|_{\max} = SR$$

$$\left| \frac{dV_{out,1}}{dt} \right|_{\max} = \omega I_{in_0} R_f$$

da cui si ricaverebbe una massima ampiezza della corrente in ingresso pari a

$$I_{in_0} \Big|_{\max} = \frac{SR}{2\pi f R_f} = 16 \mu A$$

Tuttavia con tale corrente la tensione in uscita dal primo amplificatore operazionale si porterebbe a 32V, il che causa la saturazione della tensione di uscita all'alimentazione ( $\pm 5V$ ). Pertanto cio' che limita la massima ampiezza della tensione di uscita e, dunque, della corrente di ingresso e' la saturazione della tensione di uscita da cui si ricava come limite alla massima corrente di ingresso:

$$I_{in_0} \Big|_{\max} = \frac{5V}{R_f} = 2.5 \mu A$$

### f) Traslazione delle soglie di commutazione

Tenendo conto anche delle correnti di bias e della tensione di offset (che per comodita' poniamo in serie al morsetto - dell'amplificatore operazionale), la tensione al morsetto + dell'amplificatore operazionale OA2 ha la seguente espressione:

$$V^+ = I_B (R_1 // R_2) + V_{out,1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_{out,2} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Lo scatto della tensione di uscita dell'amplificatore operazionale OA2 avviene quando

$$V^+ = V_{os}$$

da cui ricaviamo per le nuove soglie di scatto

$$V_{TH,new} = \frac{R_2 + R_1}{R_2} V_{os} - I_B R_1 \mp 5V \frac{R_1}{R_2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{V_{TH}^\pm}$

Pertanto la massima variazione delle soglie di scatto risultera' pari a

$$|\Delta V_{TH}| = \left| \frac{R_2 + R_1}{R_2} V_{os} - I_B R_1 \right| = |\pm 18mV - 10mV| = 28mV$$

## Esercizio 2

### a) Guadagno G

Il FSR dell'ADC e' pari a

$$FSR_{ADC} = 2.5V - (-2.5V) = 5V$$

Poiche' la dinamica del segnale in ingresso e' pari a 100mV, la risoluzione richiesta in ingresso e' data da:

$$Ris_{ingresso} = \frac{1}{1000} dinamica_{ingresso} = 100 \mu V$$

La risoluzione dell'ADC, espressa in LSB, e' data da:

$$1LSB = \frac{FSR_{ADC}}{2^n} = 2.44mV$$

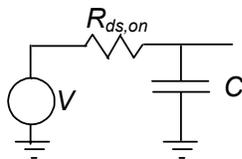
Pertanto il guadagno minimo richiesto e'

$$G = \frac{1LSB}{R_{isingresso}} = 24.4$$

Con tale guadagno i segnali di ingresso non coprono l'intera dinamica dell'ADC ma hanno una dinamica all'ingresso dell'ADC di  $\pm 1.22V$ .

### b) valore capacita' di hold

Il circuito equivalente del blocco relativo al pMOS e alla capacita' di hold e' il seguente:



$$R_{ds,on} = \frac{1}{\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \left(\frac{W}{L}\right)_p |V_{GS} - V_T|} = 111\Omega$$

La costante di tempo di andata a regime del circuito equivalente e' ovviamente data da

$$\tau = R_{ds,on} C$$

pertanto per la capacita' di hold vale la seguente relazione

$$C \leq \frac{\tau_{in}}{R_{ds,on}} = 3.6nF$$

### c) tensione di comando $V_G$

La massima escursione della tensione in uscita dal blocco di guadagno G e' pari a  $\pm 1.22V$ .

Il PMOS e' acceso quando  $V_{GS} < V_{Tp}$  ed e' spento quando  $V_{GS} > V_{Tp}$ , pertanto il PMOS e' acceso quando  $V_G < (V_{slmin} + V_{Tp})$  ed e' spento quando  $V_G > V_{slmax} + V_{Tp}$ .

Il valore di tensione da attribuire al *gate* del PMOS in fase di *sample* deve essere tale da garantire l'accensione del PMOS e pertanto deve essere inferiore a  $-2.22V$ . Il valore di tensione da attribuire al *gate* del PMOS in fase di *hold* deve essere tale da garantire lo spegnimento del PMOS e pertanto deve essere superiore a  $+0.22V$ . Il valore di tensione effettivo da attribuire al *gate* in fase di *sample* dipendera' poi dal valore richiesto per la resistenza  $R_{ds,on}$ .

### d) tempo di conversione

Il tempo di conversione massimo di un ADC a gradinata e'

$$T_{conv,max} = \frac{2^n}{f_{ck}}$$

Tuttavia poiche' i segnali considerati non coprono l'intera dinamica di ingresso dell'ADC, ma hanno una ampiezza massima pari a  $+1.22V$ , il massimo conteggio che il contatore, che alimenta il DAC contenuto nell'ADC a gradinata, deve raggiungere e' quello equivalente ad una tensione di  $+1.22V$ . Una parola digitale di tutti zeri corrisponderebbe ad una tensione in ingresso pari a  $-2.5V$  ed a tale valore il contatore e' resettato prima dell'inizio di ogni conversione. Il contatore deve contare fino a un numero di colpi di clock pari ad una tensione di  $+1.22V - (-2.5V) = +3.72V$  e cioe'

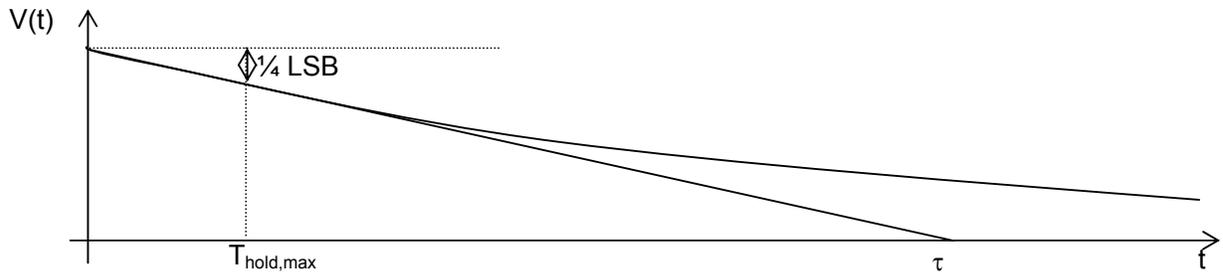
$$\frac{3.72V}{1LSB} = 1525$$

Da cui si ricava un massimo tempo di conversione pari a

$$T_{conv} = \frac{1525}{f_{ck}} = 152.5\mu s$$

### e) errore di droop

Durante il tempo di *hold* la tensione memorizzata sulla capacita' di *hold* si scarica esponenzialmente sulla resistenza di ingresso dell'ADC, come mostrato nella figura seguente.



La costante di tempo dell'esponenziale di scarica e' pari a  $\tau = R_{in}C = 1.8ms$ . La tensione massima ai capi del condensatore di *hold* e' pari a  $\pm 1.22V$ .

Per cui la relazione da cui ricavare il massimo tempo di *hold* e' la seguente:

$$\Delta V \exp\left(-\frac{T_{hold,max}}{\tau}\right) = \Delta V - \frac{LSB}{4}$$

da cui si ricava

$$T_{hold,max} = \tau \ln \frac{\Delta V}{\Delta V - \frac{LSB}{4}} = 9\mu s$$